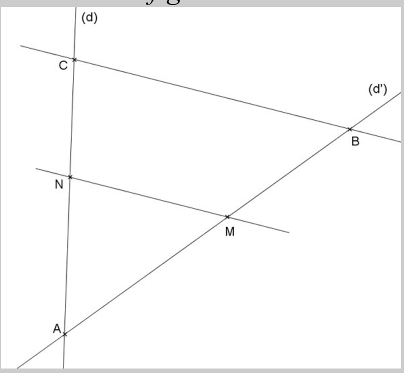
GÉOMÉTRIE PLANE DU COLLÈGE
« LA PIQÛRE DE RAPPEL »

I. Théorèmes principaux

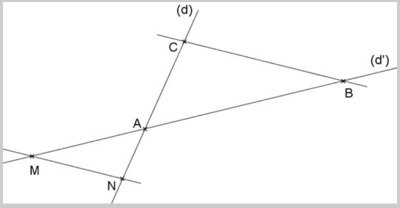
Configuration de Thalès

Soient (d) et (d') deux droites sécantes en A. Soient B et M deux point appartenant à (d), distincts de A. Soient C et N deux points appartenant à (d'), distincts de A.

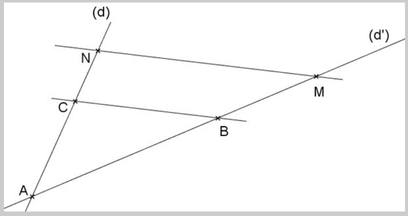
Configuration 1



Configuration 2



Configuration 3



Dans cette configuration :

Théorème de Thalès

SI (BC) est parallèle à (MN) ***ALORS*** $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$.

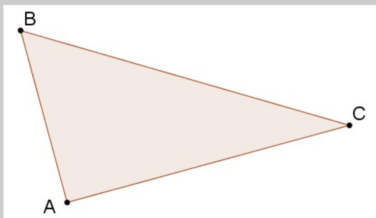
Réciproque du théorème de Thalès

SI $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$ et si les points A, B, M et A, C, N sont « alignés dans le même ordre »
ALORS (BC) est parallèle (MN).

Théorèmes des milieux : *Il s'agit d'un cas particulier du théorème précédent*

• Le segment joignant les milieux de deux côtés d'un triangle mesure la moitié du côté restant et est parallèle à celui-ci.
• Une droite passant par le milieu d'un côté d'un triangle parallèlement à un autre, coupe le côté restant en son milieux.

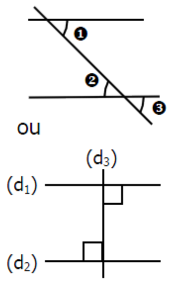
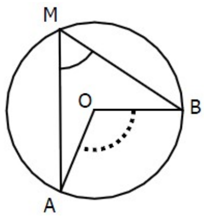
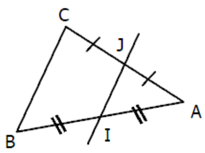
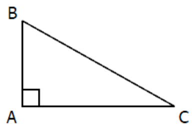
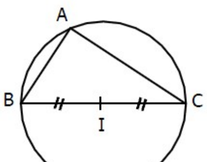
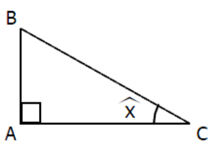
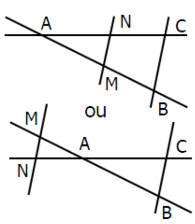
Théorème de Pythagore : Si un triangle ABC est rectangle en A, alors l'égalité suivante est vérifiée : $BC^2 = AB^2 + AC^2$.



Réciproque du théorème de Pythagore :

Il suffit qu'on ait $BC^2 = AB^2 + AC^2$ pour que le triangle ABC soit rectangle en A.

Un tableau récapitulatif bien sympathique...[1]

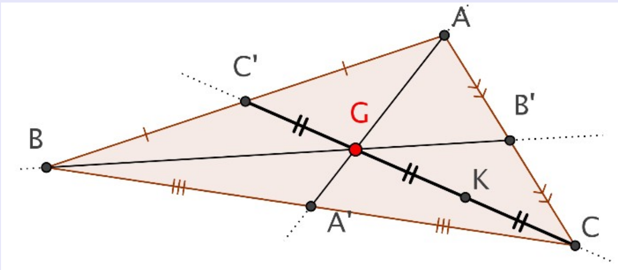
PROPRIÉTÉ	FIGURE(S) TYPIQUE(S) :	CETTE PROPRIÉTÉ PERMET DE…	POUR L'UTILISER, IL FAUT…	RÉDACTION TYPIQUE :
ANGLES		… démontrer que 2 droites sont parallèles.	… connaître 2 angles.	Puisque les angles *[correspondants ❶ et ❸] OU [alternes-internes ❶ et ❷]* sont égaux, alors les droites … et … sont parallèles. **ou** Puisque les droites (d_1) et (d_2) sont perpendiculaires à la droite (d_3), alors les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles.
		… calculer la mesure d'un angle.	… deux droites parallèles et une sécante.	Puisque les droites … et … sont parallèles, alors les angles *[correspondants ❶ et ❸] OU [alternes-internes ❶ et ❷]* sont égaux **ou** Puisque les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles, alors la droite (d_3) qui est perpendiculaire à (d_1) est également perpendiculaire à (d_2)
ANGLE INSCRIT ET ANGLE AU CENTRE		… calculer la mesure de l'angle au centre ou … calculer la mesure d'un angle inscrit	… connaître la mesure d'un angle inscrit ou … connaître la mesure de l'angle au centre	L'angle $\widehat{AMB}$ est l'angle inscrit interceptant le même arc de cercle que l'angle au centre $\widehat{AOB}$ donc : $\widehat{AMB}=\frac{1}{2}\widehat{AOB}=...$ **ou** L'angle $\widehat{AOB}$ est l'angle au centre interceptant le même arc de cercle que l'angle inscrit $\widehat{AMB}$ donc : $\widehat{AOB}=2\,\widehat{AMB}=...$
THÉORÈMES DES MILIEUX		… démontrer que deux droites sont parallèles.	… un triangle et les milieux de ceux côtés.	I est le milieu de [AB] et J est le milieu de [AC], donc (IJ) est parallèle à (BC) et $IJ=\frac{1}{2}BC$
		… démontrer qu'une droite coupe un segment en son milieu.	… un triangle, une parallèle à un coté, le milieu d'un côté.	Puisque une droite passe par I qui est le milieu de [AB], Et puisque cette droite est parallèle à (BC), Alors cette droite coupe [AC] en son milieu J et $IJ=\frac{1}{2}BC$
THÉORÈME DE PYTHAGORE		… calculer une longueur.	… avoir un triangle rectangle dont on connaît 2 longueurs.	Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore : $AB^2 + AC^2 = BC^2$ *[On remplace les longueurs connues par leur valeur et on résout alors une équation]*
		… démontrer qu'un triangle est rectangle.	… avoir un triangle dont on connaît les 3 longueurs.	D'une part : $AB^2 + AC^2 =$ *[On remplace par les valeurs et on calcule]* D'autre part : $BC^2 =$ *[On remplace par la valeur et on calcule]* On a donc $AB^2 + AC^2 = BC^2$, d'où d'après la réciproque du théorème de Pythagore : ABC est rectangle en A.
TRIANGLE INSCRIT DANS UN DEMI-CERCLE		… démontrer qu'un triangle est rectangle.	… un triangle inscrit dans un cercle.	Le triangle ABC est inscrit dans un cercle de diamètre [BC], donc ABC est rectangle en A. **ou** Le triangle ABC est inscrit dans un cercle de centre I milieu de [BC], donc ABC est rectangle en A.
		… démontrer qu'un point appartient à un cercle.	… un triangle rectangle.	Le triangle ABC est rectangle en A, donc le point A appartient au cercle de diamètre [BC] **ou** Le triangle ABC est rectangle en A, donc le point A appartient au cercle de centre I milieu de [BC] (et donc IA = IB = IC)
TRIGO-NOMÉTRIE		… calculer un angle	… un triangle rectangle dont on connaît 2 longueurs	Dans le triangle ABC rectangle en A : *[On utilise une des 3 formules de trigonométrie]* $\cos\hat{x}=\frac{adj}{hyp}=\frac{AC}{BC}$ $\sin\hat{x}=\frac{opp}{hyp}=\frac{AB}{BC}$ $\tan\hat{x}=\frac{opp}{adj}=\frac{AB}{AC}$ *[On remplace les longueurs ou angles connus par leur valeur et on résout alors une équation]*
		… calculer une longueur	… un triangle rectangle dont on connaît un côté et un angle.	
THÉORÈME DE THALÈS		… calculer une longueur.	… avoir 2 droites parallèles et connaître au moins 3 longueurs de la figure.	Les droites (BM) et (CN) sont sécantes en A. Les droites (MN) et (BC) sont parallèles. Alors d'après le théorème de Thalès : $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$ *[On remplace les longueurs connues par leur valeur et on trouve la valeur recherchée en utilisant l'égalité des produits en croix]*
		… démontrer que 2 droites sont parallèles.	… au moins 4 longueurs de la figure.	D'une part : $\frac{AM}{AB}=$ *[On remplace par les valeurs et on calcule]* D'autre part : $\frac{AN}{AC}=$ *[On remplace par les valeurs et on calcule]* On a donc $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$. Les points A, M, B et les points B, N, C sont alignés dans le même ordre, donc d'après la réciproque du théorème de Thalès : les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

1 *Source (modifiée) :* http://mathsenligne.sesamath.com

II. Droites remarquables dans un triangle

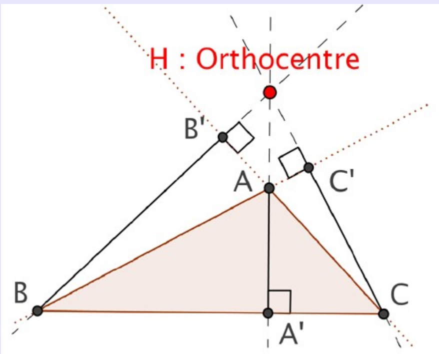
Médiane issue de A : droite passant par A qui coupe le côté opposé en son milieu.

Propriété : Les trois médianes d'un triangle sont ***concourantes*** en un point appelé ***centre de gravité du triangle***. Ce point est situé au deux tiers de chaque médiane en partant du sommet correspondant.



Hauteur issue de A : droite passant par A qui coupe le prolongement du côté opposé perpendiculairement.

Propriété : Les trois hauteurs d'un triangle sont ***concourantes*** en un point appelé ***orthocentre du triangle***.

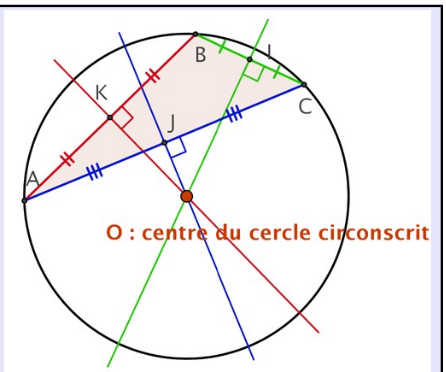


Médiatrice du côté [AB] : droite coupant [AB] perpendiculairement en son milieu.

Propriétés :

• La médiatrice du côté [AB] est l'ensemble des points équidistants des extrémités du segment.

• Les trois médiatrices d'un triangle sont ***concourantes*** en un point qui est le ***centre du cercle circonscrit au triangle***.

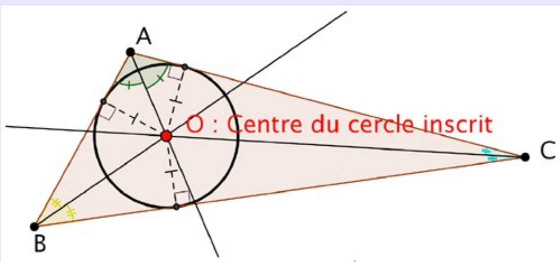


Bissectrice de l'angle Â du triangle : demi-droite partageant l'angle Â en deux angles adjacents de même mesure.

Propriétés :

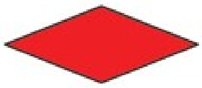
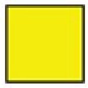
• La bissectrice de l'angle Â est l'ensemble des points équidistants des côtés de cet angle.

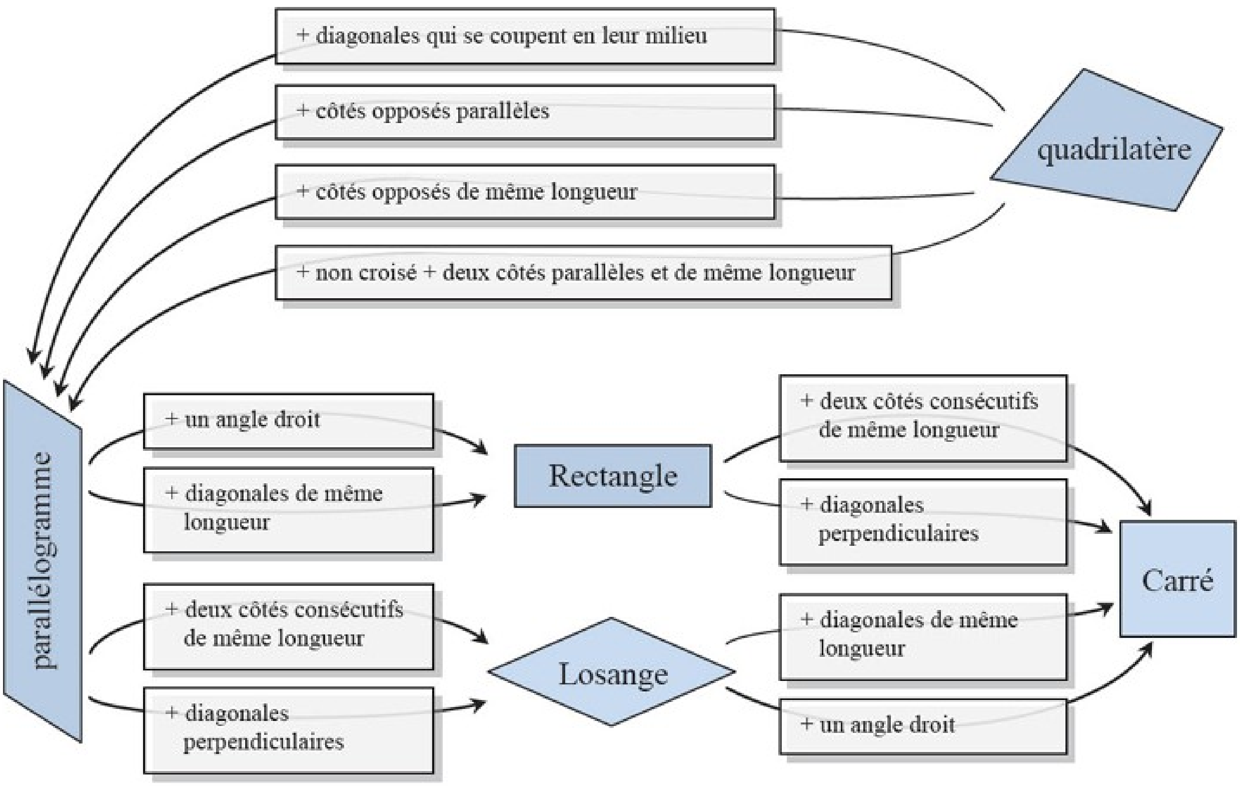
• Les trois bissectrices d'un triangle sont ***concourantes*** en un point qui est le ***centre du cercle inscrit dans ce triangle*** (le plus grand cercle qu'on peut « rentrer » dans le triangle).



V. Quadrilatères particuliers[2]

Propriétés de quadrilatères particuliers

	 Un parallélogramme quelconque a	 Un rectangle quelconque a	 Un losange quelconque a	 Un carré quelconque a
ses côtés opposés parallèles	OUI	OUI	OUI	OUI
ses côtés opposés de la même longueur	OUI	OUI	OUI	OUI
ses quatre côtés de la même longueur			OUI	OUI
ses quatre angles droits		OUI		OUI
ses diagonales qui se coupent en leur milieu	OUI	OUI	OUI	OUI
ses diagonales de la même longueur		OUI		OUI
ses diagonales perpendiculaires			OUI	OUI



2 *Source :* internet