T°ES/LSPÉ	SÉANCE DU JEUDI 14 MAI 2020

I. Réglages de machines pour conformité

Un étui est considéré comme conforme si son épaisseur est comprise entre 19,8 mm et 20,2 mm.

Le fournisseur B souhaite qu'au moins 95 % des étuis produits soient conformes. Pour cela, il veut vérifier les réglages des machines de production.

On choisit un étui au hasard dans la production du fournisseur B.

On note X la variable aléatoire associée à l'épaisseur (en mm) de l'étui. On admet que X suit une loi normale d'espérance 20 mm.

En observant les réglages des machines de production, le fournisseur B constate que l'écart-type de X est égal à 0,2. Justifier qu'il faut revoir les réglages des machines.

Correction : $X \sim \mathcal{N}(20;0{,}2^2)$

$p(19{,}8 \leqslant X \leqslant 20{,}2) = p(20-0{,}2 \leqslant X \leqslant 20+0{,}2) \approx 0{,}68$ (d'après le cours)

Seuls 68 % des étuis ont une épaisseur conforme : il faut revoir les réglages des machines.

II. Augmenter la capacité d'accueil dans un musée

En janvier 2015, le directeur d'un musée d'art contemporain commande une enquête concernant les habitudes des visiteurs. Pour gérer les flux des visiteurs, une partie de l'enquête a porté sur la durée d'une visite de ce musée. Il a été établi que la durée D d'une visite, en minutes, suit la loi normale de moyenne $\mu = 90$ et d'écart-type $\sigma = 15$.

1. Déterminer $p(90 \leqslant D \leqslant 120)$ puis interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

2. Le directeur précise qu'il augmentera la capacité d'accueil de l'espace restauration du musée si plus de 2 % des visiteurs restent plus de 2 heures et 30 minutes par visite. Quelle sera alors sa décision ?

Correction :

1. D'après la calculatrice (modèle CASIO, menu STAT puis DIST-NORM-Ncd) :

$p(90 \leqslant D \leqslant 120) \approx 0{,}47725$

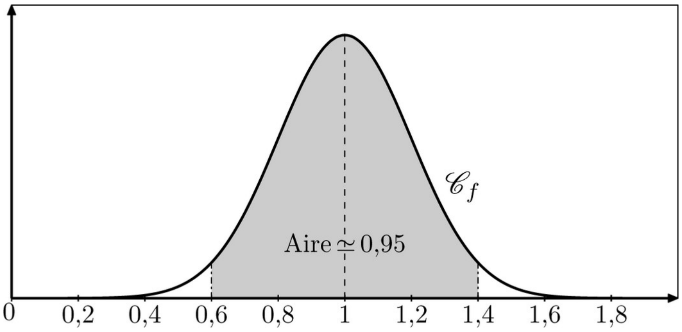
La probabilité qu'un visiteur ait fait une visite d'une durée comprise entre 90 et 120 minutes est d'environ 47,7 %.

2. 2 h30 = 150 min

$p(X \geqslant 150) \approx p(150 \leqslant X \leqslant 10^{99}) \approx 0{,}000317$ et $0{,}000317 < 0{,}002$ donc le directeur n'augmentera pas la capacité d'accueil.

III. Trouver espérance et écart-type à partir d'un graphique

On considère une variable aléatoire X suivant une loi normale. La courbe de la figure ci-dessous représente la fonction de densité f associée à la variable X :



Parmi les quatre propositions ci-dessous, une seule est correcte.

Laquelle ?

a) L'espérance de X est 0,4. **b)** L'espérance de X est 0,95.

c) L'écart-type de X est environ 0,4. **d)** L'écart-type de X est environ 0,2.

Correction :

Les propositions **a)** et **b)** sont fausses car la courbe est symétrique par rapport à la droite d'équation $x=1$ donc $E(X)=1$.

On sait que pour une loi normale d'espérance μ et d'écart-type σ, on a $p(\mu-2\sigma\leqslant X\leqslant\mu+2\sigma)\approx0{,}95$.

Autrement dit, d'après le graphique : $1-2\sigma\approx0{,}6$ et $1+2\sigma\approx1{,}4$. On obtient donc $\sigma\approx0{,}2$.

La bonne réponse est donc la proposition **d)**.

IV. Voitures aux feux tricolores

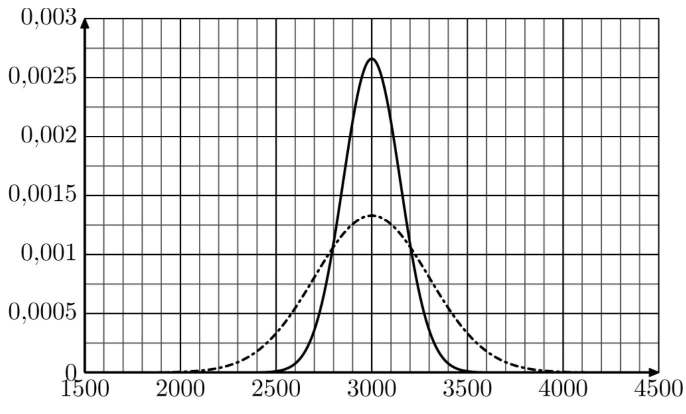
Une étude est menée par une association de lutte contre la violence routière. Des observateurs, sur un boulevard d'une grande ville, se sont intéressés au comportement des conducteurs d'automobile au moment de franchir un feu tricolore.

On désigne par X la variable aléatoire qui compte le nombre de voitures par heure à proximité d'un feu. On admet que X suit la loi normale de moyenne 3 000 et d'écart-type 150.

On arrondira les valeurs au millième près.

1. À l'aide de la calculatrice, déterminer la probabilité de compter entre 2 800 et 3 200 voitures par heure à cet endroit.

2. À l'aide de la calculatrice, déterminer la probabilité de compter plus de 3 100 voitures par heure à cet endroit.



3. À un autre endroit du boulevard, à proximité d'un pont, la variable aléatoire Y qui compte le nombre de voitures par heure suit une loi normale de moyenne 300 et d'écart-type σ strictement supérieur à 150.

Sur le graphique ci-dessous, la courbe correspondant à X est en traits pleins et la courbe correspondant à Y est en pointillés.

Déterminer à quel endroit du boulevard, à proximité du feu ou du pont, la probabilité pour qu'il passe en une heure, entre 2 800 et 3 200 voitures, est la plus grande. Justifier à l'aide du graphique.

Pour terminer, je te demande, pour me prouver que tu as bien fait cette séance, d'aller remplir le questionnaire suivant, avant le vendredi 15 mai au soir :

cliquer ici

(le code à donner au début est CONFTESL1405)

Correction :

1. D'après la calculatrice (CASIO, menu STAT puis DIST-NORM-Ncd) : $p(2800 \leqslant X \leqslant 3200) \approx 0{,}818$.

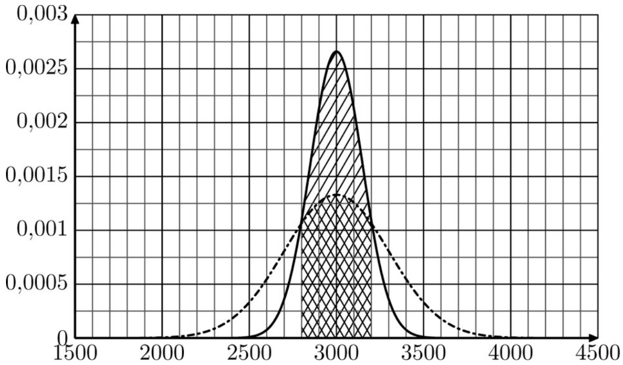
La probabilité de compter entre 2 800 et 3 200 voitures par heure à cet endroit est d'environ 81,8 %.

2. $p(X \geqslant 3100) \approx p(3100 \leqslant X \leqslant 10^{99}) \approx 0{,}252$

La probabilité de compter plus de 3 100 voitures par heure à cet endroit est d'environ 25,2 %.

3. On souhaite comparer les deux probabilités $p(2800 \leqslant X \leqslant 3200)$ et $p(2800 \leqslant Y \leqslant 3200)$

Ces probabilités correspondent à l'aire du domaine situé sous la courbe de leur fonction densité et compris entre les droites d'équations $x=2800$ et $x=3200$. Des deux domaines, on remarque que l'aire la plus grande est définie par la courbe de la densité de la variable X (en trait plein).



C'est donc au niveau du feu qu'on a la probabilité la plus grande de voir passer entre 2 800 et 3 200 voitures en une heure.