T°ES spé maths	SÉANCE DU LUNDI 4 MAI 2020

I. États stables pour des graphes probabilistes d'ordre 2

Voici 4 exercices, quasi-identiques, afin de bien vous entraîner à trouver l'état stable d'un graphe probabiliste d'ordre 2. Faites au moins les deux premiers : si ça ne suffit pas, allez jusqu'au bout.

Exercice 1

On considère un graphe probabiliste d'ordre 2, dont la matrice de transition est :

$$M = \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0{,}5 \\ 0{,}75 & 0{,}25 \end{pmatrix}$$

On note $P = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$ l'état stable de ce graphe. Déterminer x et y.

Exercice 2

On considère un graphe probabiliste d'ordre 2, dont la matrice de transition est :

$$M = \begin{pmatrix} 0{,}85 & 0{,}15 \\ 0{,}6 & 0{,}4 \end{pmatrix}$$

On note $P = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$ l'état stable de ce graphe. Déterminer x et y.

Exercice 3

On considère un graphe probabiliste d'ordre 2, dont la matrice de transition est :

$$M = \begin{pmatrix} 0{,}25 & 0{,}75 \\ 0{,}5 & 0{,}5 \end{pmatrix}$$

On note $P = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$ l'état stable de ce graphe. Déterminer x et y.

Exercice 4

On considère un graphe probabiliste d'ordre 2, dont la matrice de transition est :

$$M = \begin{pmatrix} 0{,}95 & 0{,}05 \\ 0{,}35 & 0{,}65 \end{pmatrix}$$

On note $P = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$ l'état stable de ce graphe. Déterminer x et y.

Corrections des exercices 1 à 4 : cliquer ici.

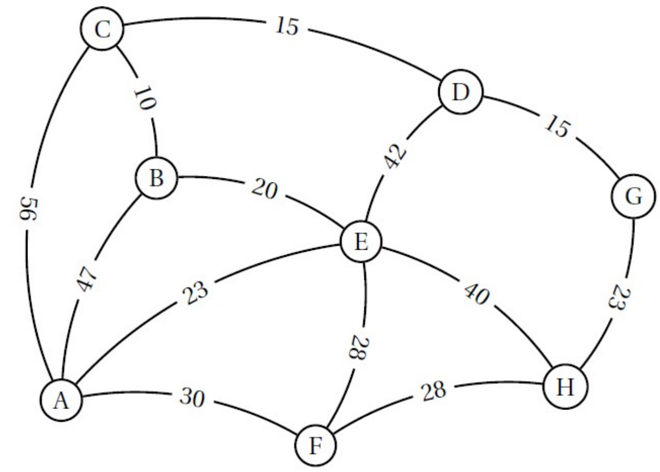
II. Exercice Bac : Pondichéry, 4 mai 2018

Les différentes parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

Le graphe pondéré ci-dessous représente les différents lieux A, B, C, D, E, F, G et H dans lesquels Louis est susceptible de se rendre chaque jour. Le lieu A désigne son domicile et G le lieu de son site de travail. Le poids de chaque arête représente la distance, en kilomètres, entre les deux lieux reliés par l'arête.

Déterminer le chemin le plus court qui permet à Louis de relier son domicile à son travail.
On pourra utiliser un algorithme.
Préciser la distance, en kilomètres, de ce chemin.



Partie B

Afin de réduire son empreinte énergétique, Louis décide d'utiliser lors de ses trajets quotidiens soit les transports en commun, soit le covoiturage :

- s'il a utilisé les transports en commun lors d'un trajet, il utilisera le covoiturage lors de son prochain déplacement avec une probabilité de 0,53 ;
- s'il a utilisé le covoiturage lors d'un trajet, il effectuera le prochain déplacement en transport en commun avec une probabilité de 0,78.

Louis décide de mettre en place ces résolutions au 1er janvier 2018.
Pour tout entier naturel n, on note :

- c_n la probabilité que Louis utilise le covoiturage n jour(s) après le 1er janvier 2018 ;
- t_n la probabilité que Louis utilise les transports en commun n jour(s) après le 1er janvier 2018 ;

La matrice ligne $P_n = \begin{pmatrix} c_n & t_n \end{pmatrix}$ traduit l'état probabiliste n jour(s) après le 1er janvier 2018.
Le 1er janvier 2018, Louis décide d'utiliser le covoiturage.

1. a. Préciser l'état probabiliste initial P_0.

b. Traduire les données de l'énoncé par un graphe probabiliste. On notera « C » et « T » ses deux sommets : • « C » pour indiquer que Louis utilise le covoiturage ;
• « T » pour indiquer que Louis utilise les transports en commun.

2. Déterminer la matrice de transition du graphe probabiliste en considérant ses sommets dans l'ordre alphabétique.

3. Calculer l'état probabiliste P_2 et interpréter ce résultat dans le cadre de l'exercice.

4. Soit la matrice ligne $P = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$ associée à l'état stable du graphe probabiliste.

a. Calculer les valeurs exactes de x et de y puis en donner une valeur approchée à 0,01 près.

b. Selon ce modèle, peut-on dire qu'à long terme, Louis utilisera aussi souvent le covoiturage que les transports en commun ? Justifier la réponse.

Correction : cliquer ici.