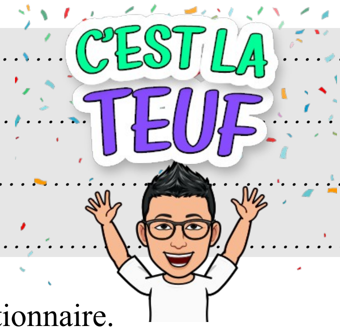
T°ES/LSPÉ	SÉANCE DU JEUDI 30 AVRIL 2020



Rappel : j'ai demandé à la séance du jeudi 23 avril de remplir un questionnaire.
Séance de questions-réponses facultative ce jeudi 30 avril à 14 h. Voir site.
Aujourd'hui, on marie la théorie des probabilités avec la théorie de l'intégration.

Avant de commencer, **merci de répondre** au questionnaire suivant (code : CONFTESL3004).

I. Le cours en vidéo

Téléchargez et imprimez – si possible – le cours (cliquer ici), qu'il vous faudra annoter et/ou compléter en regardant la vidéo ci-dessous (≈ 14 min).

https://youtu.be/VHQ-kML39xs

II. 14 page 254 : note aléatoire à un contrôle pour cause de triche

Correction : *(déjà, c'est un fada le prof !)*

On note X la variable aléatoire réelle qui, à toute copie d'un élève choisi au hasard, associe sa note sur 20. X suit donc la loi uniforme sur l'intervalle $[5;15]$: $X \sim \mathcal{U}([5;15])$.

La densité de probabilité de cette loi est la fonction qui à x associe $\dfrac{1}{15-5}$, c'est-à-dire $\dfrac{1}{10}$.

a) $p(X \geqslant 12) = p(12 \leqslant X \leqslant 15) = \displaystyle\int_{12}^{15} \frac{1}{10}\,dx = \left[\frac{1}{10}x\right]_{12}^{15} = \frac{1}{10}\times 15 - \frac{1}{10}\times 12 = \frac{1}{10}(15-12) = \frac{3}{10}$

b) D'après le cours : $E(X) = \dfrac{5+15}{2} = 10$.

> PROPRIÉTÉ.
> L'espérance d'une v.a.r. X suivant une loi uniforme sur $[a;b]$ est : $E(X) = \dfrac{a+b}{2}$.

Donc, un élève peut espérer obtenir en moyenne 10.

Cependant, cette formulation est très confuse ! Mieux vaut dire : en moyenne, si on tire un élève au hasard un très grand nombre de fois, la note obtenue sera en moyenne égale à 10.

c) *(bien fait pour l'élève, ça lui apprend la vie)*

Il s'agit d'une probabilité conditionnelle :

$$p_{X\geqslant 12}(X\geqslant 14)=\frac{p(X\geqslant 12\cap X\geqslant 14)}{p(X\geqslant 12)}$$

$$=\frac{p(X\geqslant 14)}{p(X\geqslant 12)}$$ (car être supérieur à 12 <u>ET</u> supérieur à 14 signifie être supérieur à 14)

$$=\frac{p(14\leqslant X\leqslant 15)}{\frac{3}{10}}$$ (on a déjà calculé $p(X\geqslant 12)$ à la question a)

$$=\frac{\int_{14}^{15}\frac{1}{10}\,\mathrm{d}x}{\frac{3}{10}}=\frac{\int_{14}^{15}\frac{1}{10}\,\mathrm{d}x}{\frac{3}{10}}=\frac{\frac{1}{10}(15-14)}{\frac{3}{10}}=\frac{\frac{1}{10}}{\frac{3}{10}}=\frac{1}{10}\times\frac{10}{3}=\frac{1}{3}$$

donc la probabilité que sa note soit supérieure à 14 sachant qu'elle est supérieure à 12 est $\frac{1}{3}$.

III. <u>15 page 254 : temps d'attente sur hotline</u>

<u>Correction</u> :

On note X la variable aléatoire réelle qui, à tout appel d'un client choisi au hasard associe le temps d'attente (en min) avant d'être en communication avec un conseiller technique. D'après l'énoncé : $X\sim\mathcal{U}([1;10])$.

La densité de probabilité de cette loi est la fonction qui à x associe $\frac{1}{10-1}$, c'est-à-dire $\frac{1}{9}$.

a) $p(X\leqslant 3)=p(1\leqslant X\leqslant 3)=\int_{1}^{3}\frac{1}{9}\,\mathrm{d}x=\left[\frac{1}{9}x\right]_1^3=\frac{1}{9}\times 3-\frac{1}{9}\times 1=\frac{1}{9}\times 2=\frac{2}{9}$

donc la probabilité que Gisèle attende moins de trois minutes est $\frac{2}{9}$ (soit environ 22 %).

b) $p(X\geqslant 5)=p(5\leqslant X\leqslant 10)=\int_{5}^{10}\frac{1}{9}\,\mathrm{d}x=...=\frac{5}{9}$

donc la probabilité qu'elle attende plus de cinq minutes est $\frac{5}{9}$ (soit environ 56 %).

c) D'après le cours : $E(X)=\frac{1+10}{2}=5{,}5$.

Donc, le temps moyenne d'attente est de 5 minutes et 30 secondes.

IV. 16 page 254 : connexions à un jeu pendant un créneau horaire

Correction :

On note X la variable aléatoire réelle qui, à un jour choisi au hasard, associe le temps (en minutes) que Matthieu attend le soir pour jouer en réseau avec Axel. X suit donc la loi uniforme sur l'intervalle $[0;30]$: $X \sim \mathcal{U}([0;30])$.

La densité de probabilité de cette loi est la fonction qui à x associe $\frac{1}{30-0}$, c'est-à-dire $\frac{1}{30}$.

a) $p(X \geqslant 10) = p(10 \leqslant X \leqslant 30) = \int_{10}^{30} \frac{1}{30} \mathrm{d}x = \left[\frac{1}{30}x\right]_{10}^{30} = \frac{1}{30} \times 30 - \frac{1}{30} \times 10 = \frac{1}{30} \times 20 = \frac{2}{3}$

donc la probabilité que Matthieu attende plus de 10 minutes est $\frac{2}{3}$ (soit environ 67 %).

b) Il s'agit d'une probabilité conditionnelle :

$$p_{X \geqslant 20}(X \leqslant 22) = \frac{p(X \geqslant 20 \cap X \leqslant 22)}{p(X \geqslant 20)}$$

$$= \frac{p(20 \leqslant X \leqslant 22)}{p(20 \leqslant X \leqslant 30)}$$

$$= \frac{\int_{20}^{22} \frac{1}{30} \mathrm{d}x}{\int_{20}^{30} \frac{1}{30} \mathrm{d}x} = \frac{\frac{1}{30}(22-20)}{\frac{1}{30}(30-20)} = \frac{\frac{2}{30}}{\frac{10}{30}} = \frac{2}{30} \times \frac{30}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

donc … (conclusion).