

I. Le cours en vidéo	1
II. 14 page 254 : note aléatoire à un contrôle pour cause de triche	1
III. 15 page 254 : temps d'attente sur hotline	2
IV. 16 page 254 : connexions à un jeu pendant un créneau horaire	3

C'EST LA TEUF



Aujourd'hui, on marie la théorie des probabilités avec la théorie de l'intégration.

I. Le cours en vidéo

Téléchargez et imprimez – si possible – le cours ([cliquer ici](#)), qu'il vous faudra annoter et/ou compléter en regardant la vidéo ci-dessous (≈ 14 min).



<https://youtu.be/VHQ-kML39xs>

II. 18 page 414 : note aléatoire à un contrôle pour cause de triche

Correction : (déjà, c'est un fada le prof !)

On note X la variable aléatoire réelle qui, à toute copie d'un élève choisi au hasard, associe sa note sur 20. X suit donc la loi uniforme sur l'intervalle $[5; 15]$: $X \sim \mathcal{U}([5; 15])$.

La densité de probabilité de cette loi est la fonction qui à x associe $\frac{1}{15-5}$, c'est-à-dire $\frac{1}{10}$.

$$\text{a) } p(X \geq 12) = p(12 \leq X \leq 15) = \int_{12}^{15} \frac{1}{10} dx = \left[\frac{1}{10} x \right]_{12}^{15} = \frac{1}{10} \times 15 - \frac{1}{10} \times 12 = \frac{1}{10} (15 - 12) = \frac{3}{10}$$

$$\text{b) D'après le cours : } E(X) = \frac{5+15}{2} = 10.$$

Donc, un élève peut espérer obtenir en moyenne 10.

PROPRIÉTÉ .
L'espérance d'une v.a.r. X suivant une loi uniforme sur $[a; b]$ est : $E(X) = \frac{a+b}{2}$.

Pendant, cette formulation est très confuse ! Mieux vaut dire : en moyenne, si on tire un élève au hasard un très grand nombre de fois, la note obtenue sera en moyenne égale à 10.

c) (bien fait pour l'élève, ça lui apprend la vie)



Il s'agit d'une probabilité conditionnelle :

$$\begin{aligned} p_{X \geq 12}(X \geq 14) &= \frac{p(X \geq 12 \cap X \geq 14)}{p(X \geq 12)} \\ &= \frac{p(X \geq 14)}{p(X \geq 12)} \quad (\text{car être supérieur à 12 ET supérieur à 14 signifie être supérieur à 14}) \\ &= \frac{p(14 \leq X \leq 15)}{\frac{3}{10}} \quad (\text{on a déjà calculé } p(X \geq 12) \text{ à la question a)} \\ &= \frac{\int_{14}^{15} \frac{1}{10} dx}{\frac{3}{10}} = \frac{\int_{14}^{15} \frac{1}{10} dx}{\frac{3}{10}} = \frac{\frac{1}{10}(15-14)}{\frac{3}{10}} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{3}{10}} = \frac{1}{10} \times \frac{10}{3} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

donc la probabilité que sa note soit supérieure à 14 sachant qu'elle est supérieure à 12 est $\frac{1}{3}$.

III. 19 page 414 : temps d'attente sur hotline

Correction :

On note X la variable aléatoire réelle qui, à tout appel d'un client choisi au hasard associe le temps d'attente (en min) avant d'être en communication avec un conseiller technique. D'après l'énoncé : $X \sim \mathcal{U}([1; 10])$.

La densité de probabilité de cette loi est la fonction qui à x associe $\frac{1}{10-1}$, c'est-à-dire $\frac{1}{9}$.

$$\text{a) } p(X \leq 3) = p(1 \leq X \leq 3) = \int_1^3 \frac{1}{9} dx = \left[\frac{1}{9}x \right]_1^3 = \frac{1}{9} \times 3 - \frac{1}{9} \times 1 = \frac{1}{9} \times 2 = \frac{2}{9}$$

donc la probabilité que Gisèle attende moins de trois minutes est $\frac{2}{9}$ (soit environ 22 %).

$$\text{b) } p(X \geq 5) = p(5 \leq X \leq 10) = \int_5^{10} \frac{1}{9} dx = \dots = \frac{5}{9}$$

donc la probabilité qu'elle attende plus de cinq minutes est $\frac{5}{9}$ (soit environ 56 %).

$$\text{c) D'après le cours : } E(X) = \frac{1+10}{2} = 5,5.$$

Donc, le temps moyenne d'attente est de 5 minutes et 30 secondes.

IV. 20 page 414 : connexions à un jeu pendant un créneau horaire

Correction :

On note X la variable aléatoire réelle qui, à un jour choisi au hasard, associe le temps (en minutes) que Matthieu attend le soir pour jouer en réseau avec Axel. X suit donc la loi uniforme sur l'intervalle $[0; 30]$: $X \sim \mathcal{U}([0; 30])$.

La densité de probabilité de cette loi est la fonction qui à x associe $\frac{1}{30-0}$, c'est-à-dire $\frac{1}{30}$.

$$\text{a) } p(X \geq 10) = p(10 \leq X \leq 30) = \int_{10}^{30} \frac{1}{30} dx = \left[\frac{1}{30} x \right]_{10}^{30} = \frac{1}{30} \times 30 - \frac{1}{30} \times 10 = \frac{1}{30} \times 20 = \frac{2}{3}$$

donc la probabilité que Matthieu attende plus de 10 minutes est $\frac{2}{3}$ (soit environ 67 %).

b) Il s'agit d'une probabilité conditionnelle :

$$\begin{aligned} p_{X \geq 20}(X \leq 22) &= \frac{p(X \geq 20 \cap X \leq 22)}{p(X \geq 20)} \\ &= \frac{p(20 \leq X \leq 22)}{p(20 \leq X \leq 30)} \\ &= \frac{\int_{20}^{22} \frac{1}{30} dx}{\int_{20}^{30} \frac{1}{30} dx} = \frac{\frac{1}{30}(22-20)}{\frac{1}{30}(30-20)} = \frac{\frac{2}{30}}{\frac{10}{30}} = \frac{2}{30} \times \frac{30}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

donc ... (conclusion).