T°ES/LSPÉ	SÉANCE DU MARDI 28 AVRIL 2020

Rappel : à la dernière séance, je demandais de remplir un questionnaire. J'attends toujours des réponses, je commence à sévèrement m'impatienter.
Je vous propose une séance (facultative) de questions-réponses mardi 28 avril de 11 h à 12 h. Le lien sera visible sur le site (endroit habituel) à partir de mardi 10h50 et uniquement si vous êtes connectés au site. Raphaël partagera ce lien sur le groupe de classe, mais ne partagez pas ce lien en public, ça évitera que des abrutis viennent squatter la séance. Par ailleurs, vous devrez vous identifier avec votre nom de famille et prénom svp, pas de pseudos.

Une dernière séance sur l'intégration avant de passer à la suite :)

I. Tableau de signes et primitive, tangente et convexité

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]0;+\infty[$.
On sait que $f(1)=-3$ et que le signe de la fonction f est donné par le tableau suivant :

x	0		2		$+\infty$
signe de $f(x)$	||	$-$	0	$+$	

1. F est la primitive de la fonction fonction f sur l'intervalle $]0;+\infty[$ telle que $F(1)=1$.
   a) Donner le tableau de variations de la fonction F.
   b) On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction F.
   Donner une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1.
2. La fonction f est définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par $f(x)=1-\dfrac{4}{x^2}$.
   Étudier la convexité de la fonction F.

Correction : cliquer ici (site de Yallouz Arie) ou ici (capture d'écran en .png)

II. Calculs d'intégrales (encore et encore ^_^)

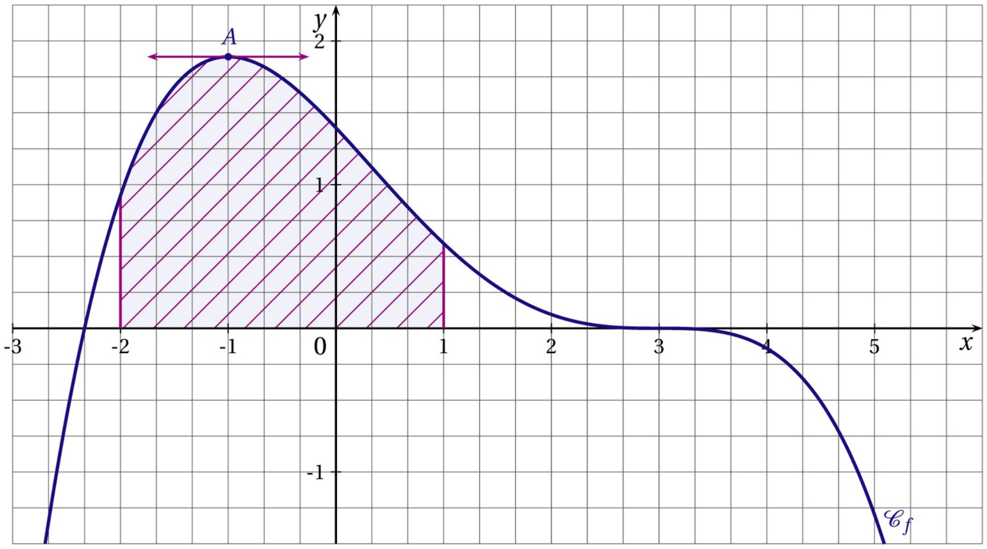
Calculer les intégrales suivantes :

1. $A=\displaystyle\int_{-1}^{1}\left(x^2-3x+1\right)\,\mathrm{d}x$.
2. $B=\displaystyle\int_{0}^{2\ln 2}\left(x+\mathrm{e}^{0,5x}\right)\,\mathrm{d}x$.
3. $C=\displaystyle\int_{1}^{\mathrm{e}}\left(2-\frac{1}{x}\right)\,\mathrm{d}x$.

Correction : cliquer ici (site de Yallouz Arie)
ou ici (capture d'écran en .png)

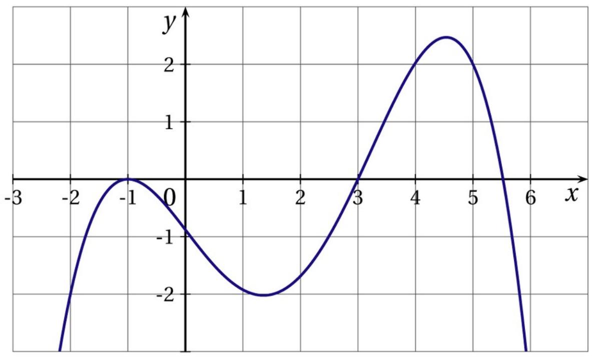
III. Graphiquement…

La courbe $\mathscr{C}_f$ tracée ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
On note f' la dérivée de la fonction f et F une primitive de la fonction f.

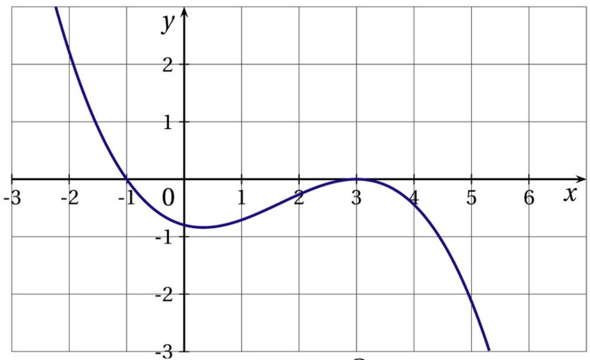


1. Déterminer graphiquement une valeur approchée à l'unité de l'intégrale $\displaystyle\int_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$.
2. Une des quatre courbes ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f' et une autre celle de la fonction F.

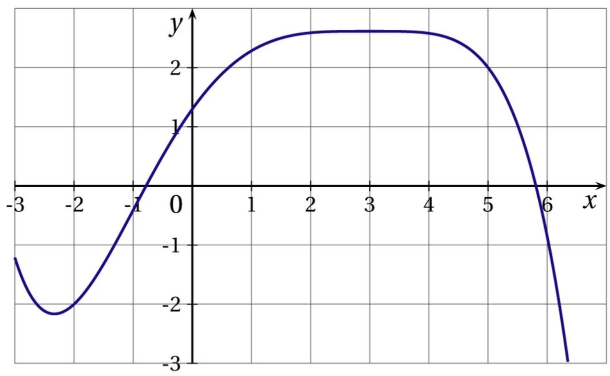
COURBE C_1



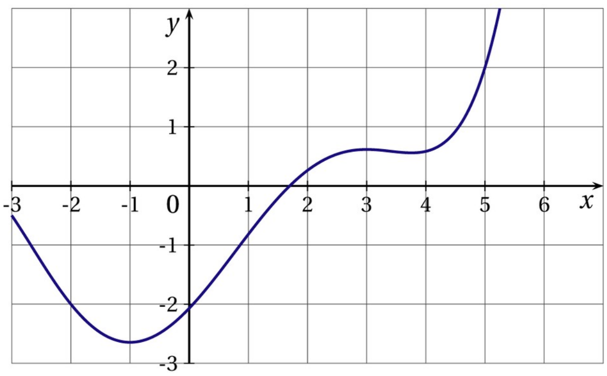
COURBE C_2



COURBE C_3



COURBE C_4



a) Déterminer la courbe associée à la fonction f' et celle qui est associée à la fonction F. (*Justifier*)

b) En déduire la valeur de l'intégrale $\displaystyle\int_{-2}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x$.

c) La courbe représentative de la fonction F admet-elle des points d'inflexion ?

Correction : cliquer ici (site de Yallouz Arie) ou ici (capture d'écran en .png)

IV. Un peu de tout : on finit en beauté !

Soit f la fonction définie pour tout réel x strictement positif par $f(x) = \dfrac{2\ln(x)}{x} + x$.

1. On note f' la dérivée de la fonction f. Montrer que $f'(x) = \dfrac{x^2 - 2\ln(x) + 2}{x^2}$.
2. La dérivée seconde de la fonction f est la fonction f'' définie pour tout réel x strictement positif par $f''(x) = \dfrac{4\ln(x) - 6}{x^3}$.
   a) Étudier la convexité de la fonction f.
   b) En déduire le tableau des variations de la dérivée f'.
3. Étudier les variations de la fonction f.
4. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α appartenant à l'intervalle $\left[\dfrac{1}{2}; \mathrm{e}\right]$.
   Donner la valeur arrondie à 10^{-3} près de la solution α.
5. a) Montrer que la fonction G définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par $G(x) = (\ln x)^2$ est une primitive de la fonction g définie pour tout réel x strictement positif par $g(x) = \dfrac{2\ln(x)}{x}$.
   b) En déduire une primitive F de la fonction f sur $]0;+\infty[$.
6. Calculer la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[1;\mathrm{e}]$.

Correction : cliquer ici (site de Yallouz Arie) ou ici (capture d'écran en .png)

Source des exercices (et leurs corrections) : l'excellent site yallouz.arie.free.fr