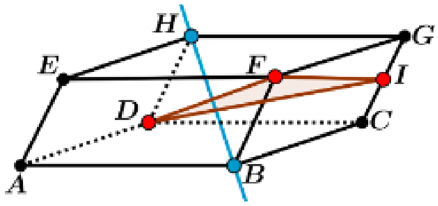
T°S	SÉANCE DU MARDI 31 MARS 2020

I. Intersection d'une droite et d'un plan

ABCDEFGH est un parallélépipède. I est le milieu de [CG].

1) Justifier que les points D, F et I définissent un plan.

2) Démontrer que la droite (BH) et le plan (DFI) sont sécants en un point K dont on donnera les coordonnées.



Correction détaillée en vidéo (≈ 13 min) : https://youtu.be/heV6irek-4Y

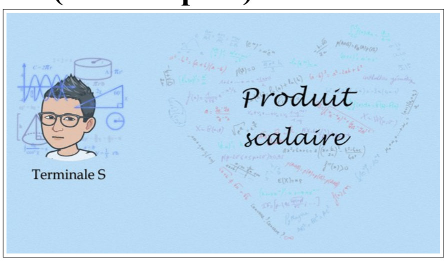
II. Produit scalaire dans l'espace

II.1 Cours

Plutôt que de passer au chapitre sur l'intégration et les primitives, nous allons continuer en géométrie vectorielle et passer au dernier chapitre de géométrie : « **Produit scalaire (dans l'espace)** ».

Regardez la vidéo dans laquelle nous faisons le cours (le polycopié est disponible sur le site : lien) :

https://youtu.be/WGxLpxGyCu8 (≈ 17 min)



II.2 R.O.C. n°12

Dans le cours de géométrie dans l'espace, on a vu :

> THÉORÈME. Si une droite d est orthogonale à deux droites sécantes d'un plan P, alors elle est orthogonale au plan P.

Démonstration guidée, en exercice type Bac, **à faire** :

Soit d une droite, orthogonale à deux droites sécantes d'un plan P, notées d_1 et d_2.
On note $\vec{u}$, $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_2$ des vecteurs directeurs respectifs de d, d_1 et d_2.
Soit Δ une droite du plan P, de vecteur directeur noté $\vec{v}$.

1. Justifier qu'il existe a et b deux réels tels que $\vec{v}=a\vec{u}_1+b\vec{u}_2$.

2. a) Démontrer que $\vec{u}.\vec{v}=0$.

b) Que peut-on en déduire sur d et Δ ?

Correction : **1.** $\vec{v}$, $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_2$ sont coplanaires donc il existe deux réels a et b tels que $\vec{v}=a\vec{u}_1+b\vec{u}_2$.

2. a) $\vec{u}.\vec{v}=\vec{u}.(a\vec{u}_1+b\vec{u}_2)=a\vec{u}.\vec{u}_1+b\vec{u}.\vec{u}_2$.

Or d est orthogonale à d_1 et d_2 donc $\vec{u}.\vec{u}_1=\vec{u}.\vec{u}_2=0$

d'où $\vec{u}.\vec{v}=0$.

b) $\vec{u}$ est un vecteur directeur de *d*, et $\vec{v}$ est un vecteur directeur de Δ (une droite du plan *P*) donc *d* est orthogonale à Δ.

II.3 R.O.C. n°11

Dans le cours, on a vu :

> THÉORÈME. On se place dans un repère **orthonormé** (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$).
> 1) Tout plan $\mathscr{P}$ de vecteur normal non nul $\vec{n}(a;b;c)$ a une équation de la forme
> $$a\,x+b\,y+c\,z+d=0 \text{, où } d\in\mathbb{R}.$$
> Cette équation s'appelle l'équation cartésienne de $\mathscr{P}$.
> 2) Réciproquement, si $(a;b;c)\neq(0;0;0)$, pour tout réel d , l'ensemble des points $\mathrm{M}(x;y;z)$ tels que $a\,x+b\,y+c\,z+d=0$ est un plan de vecteur normal $\vec{n}(a;b;c)$.

Démonstration guidée, en deux exercices types Bac, **à faire** :

Exercice II.3.1

On munit l'espace d'un repère orthonormé.

Soit *P* un plan de vecteur normal non nul $\vec{n}(a;b;c)$, et passant par $\mathrm{A}(x_\mathrm{A};y_\mathrm{A};z_\mathrm{A})$.

Démontrer que, pour tout point $\mathrm{M}(x;y;z)$ de *P*, il existe un réel *d* tel que : $a\,x+b\,y+c\,z+d=0$.

Correction : Soit $\mathrm{M}(x;y;z)\in\mathscr{P}$.

$\vec{n}$ est normal au plan $\mathscr{P}$, donc $\overrightarrow{\mathrm{AM}}.\vec{n}=0$ avec $\overrightarrow{\mathrm{AM}}(x-x_\mathrm{A};y-y_\mathrm{A};z-z_\mathrm{A})$ et $\vec{n}(a;b;c)$

d'où $(x-x_\mathrm{A})a+(y-y_\mathrm{A})b+(z-z_\mathrm{A})c=0$

d'où $a\,x+b\,y+c\,z-a\,x_\mathrm{A}-b\,y_\mathrm{A}-c\,z_\mathrm{A}=0$.

En posant $d=-a\,x_\mathrm{A}-b\,y_\mathrm{A}-c\,z_\mathrm{A}$ on a bien $a\,x+b\,y+c\,z+d=0$.

Exercice II.3.2

On munit l'espace d'un repère orthonormé.

Soit *P* l'ensemble des points $\mathrm{M}(x;y;z)$ tels que $a\,x+b\,y+c\,z+d=0$ avec $a\neq0$.

1. Démontrer que le point A de coordonnées $\left(-\dfrac{d}{a};0;0\right)$ appartient à l'ensemble *P*.

2. Soit $\vec{n}$ $(a;b;c)$. Démontrer que, pour tout point M de P : $\overrightarrow{\mathrm{AM}}.\vec{n}=0$.

Correction : **1.** $\mathrm{A}\left(-\dfrac{d}{a};0;0\right)$ vérifie $ax+by+cz+d=0$ car $a\left(-\dfrac{d}{a}\right)+d=0$, donc A ∈ P.

2. Soit $\vec{n}(a;b;c)$ et $\mathrm{M}(x;y;z)$ un point de l'ensemble P : $a\,x+b\,y+c\,z+d=0$.

On a $\overrightarrow{\mathrm{AM}}\left(x+\dfrac{d}{a};y;z\right)$ donc $\overrightarrow{\mathrm{AM}}.\vec{n}=a\left(x+\dfrac{d}{a}\right)+b\,y+c\,z=a\,x+d+b\,y+c\,z$

d'où $\overrightarrow{\mathrm{AM}}.\vec{n}=0$.

II.4 Rappels des méthodes vues en Première S

1. Lire attentivement cette fiche de rappels de ce qui a été vu en Première S sur le produit scalaire :

Produit scalaire – l'essentiel de Première S.pdf

2. Voici une excellente vidéo qui résume le cours de Terminale S et rappelle surtout toutes les méthodes vues en Première S pour calculer un produit scalaire, ici dans l'espace en se ramenant dans un plan :

https://youtu.be/QeOoSKyL_dw (≈ 16 min)

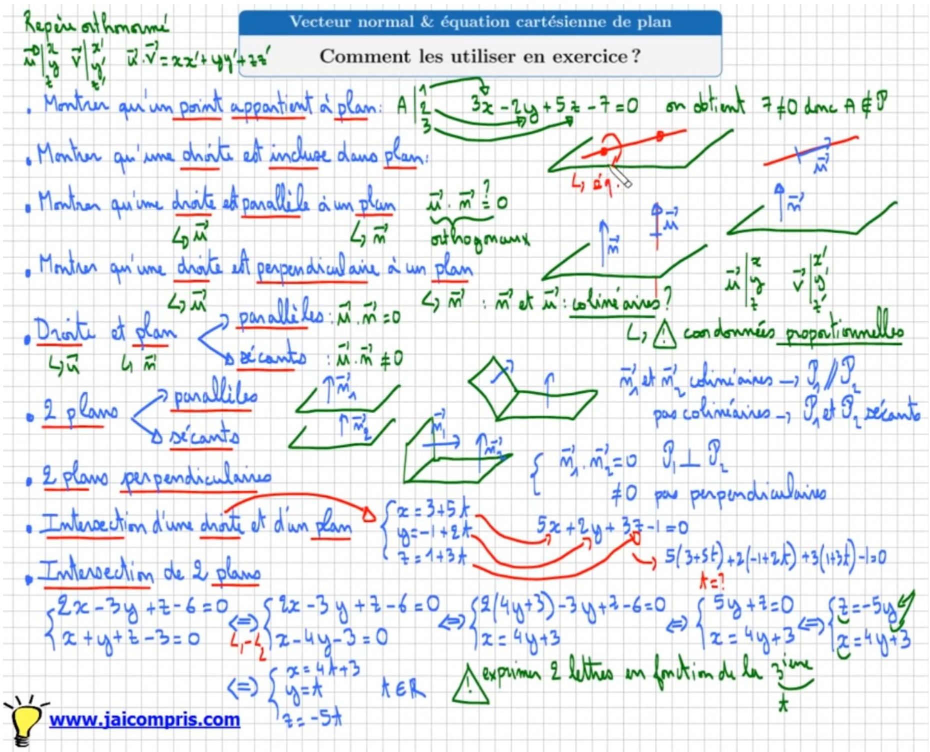
Prenez bien des notes, faites une fiche ou complétez celle mentionnée au 1.

II.5 Tout ce qu'il faut savoir faire

Cette vidéo d'environ 14 minutes va vous montrer toutes les méthodes à savoir faire en Terminale S :

https://youtu.be/f8zmX4JfFJk (≈ 14 min)

Capture d'écran (cliquer sur l'image pour l'ouvrir en qualité maximale) :



Méthodes explicitées dans la vidéo :

- montrer qu'un point appartient à un plan
- montrer qu'une droite est incluse dans un plan
- montrer qu'une droite est parallèle à un plan
- montrer qu'une droite est perpendiculaire à un plan
- lien entre produit scalaire, vecteur directeur d'une droite et vecteur normal à un plan (→ droite et plan parallèles ou sécants)
- liens entre vecteurs normaux à 2 plans et positions relatives de ces 2 plans (parallèles ou sécants)
- lien entre vecteurs normaux à 2 plans et plans perpendiculaires
- intersection entre une droite et un plan (représentation paramétrique de la droite + équation cartésienne du plan)
- intersection de 2 plans (système de deux équations cartésiennes)

Les prochaines séances, nous passerons à la pratique.