

Activité d'introduction n°2 : tester si un nombre est premierLien : <https://www.mathemathieu.fr/component/attachments/download/273>

TESTER SI UN NOMBRE EST PREMIER

Notions réinvesties : petit théorème de Fermat, congruences

**Un nombre étant donné, comment savoir le plus rapidement possible s'il est premier ?
Sinon, quelle est sa décomposition en facteurs premiers ?**

La question est facile pour les petits nombres : il suffit d'utiliser naïvement la définition de la primalité et de tester tous les diviseurs possibles avec un ordinateur. En revanche, dès qu'on traite de grands nombres (à partir de 20 chiffres), la question se révèle très délicate, encore davantage pour la factorisation.

Ce sujet étant intimement lié à la cryptographie numérique moderne (comme le système R.S.A.), dont les enjeux politiques et économiques sont importants, un effort considérable a été entrepris de toutes parts, et de nouvelles méthodes donnent aujourd'hui à un micro-ordinateur assez de puissance pour déterminer si un nombre de 1 000 chiffres est premier, problème qu'on imaginait inaccessible autrefois.

Du fait de leur utilisation dans les algorithmes utilisés pour coder et protéger des données confidentielles, les nombres premiers peuvent faire partie des outils mis à la disposition des entreprises. Ainsi, le mathématicien Roger Schlafly a déposé en 1994 un brevet commercial sur les deux nombres premiers ci-dessous, exprimés en hexadécimal. Dans cette base, les symboles utilisés sont les chiffres de 0 à 9 puis les lettres A, B, C, D, E et F pour désigner respectivement 10, 11, 12, 13, 14 et 15. Par exemple $9E7D4^{16}$ est le nombre $9 \times 16^4 + 14 \times 16^3 + 7 \times 16^2 + 13 \times 16 + 4$ c'est-à-dire 649 172 en décimal.

98A3DF52AE9799325CB258D767EBD1F4630E9B9E21732A4AFB1624BA6DF911466AD8DA960586F4A0D5E3C36AF099660BDDC
1577E54A9F402334433ACB14BCB

93E8965DAFD9DFECCFD00B466B68F90EA68AF5DC9FED915278D1B3A137471E65596C37FED0C7829FF8331F81A2700438ECD
CC09447DC397C685F397294F722BCC484AEDF28BED25AAAB35D35A65DB1FD62C9D7BA5844FEB1F9401E671340933EE43C54E
4DC459400D7AD61248B83A2624835B31FFF2D9595A5B90B276E44F9

Un **nombre premier** est un entier naturel qui admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

Pour déterminer si un entier n est premier, il suffit donc de tester si k divise n , pour tous les entiers k inférieurs à n . Mais si n est très grand, cela peut-être extrêmement long... Heureusement, d'autres méthodes existent.



Create a table with 180 columns and write down positive integers from 1 in increasing order from left to right, top to bottom. When we mark the prime numbers on this table, we obtain the linear pattern as shown in the figure. [Iris Yoon]

T°S spé maths - Tester si un nombre est premier (J. Mathieu)

Page 1 sur 11

Faire toute l'activité... Il y a du travail, et ce n'est pas évident... Cherchez bien, puis allez voir la correction. C'est un excellent entraînement pour s'habituer à démarrer des questions : une fois lancé, c'est abordable. Beaucoup de notions vues dans cette fiche sont déjà tombées au Bac.

La correction de l'activité est détaillée et disponible sur le site.