T°ES/LSPÉ — SÉANCE DU MARDI 24 MARS 2020

Je veux être certain que vous maîtrisez les techniques de base, donc voici 6 exercices classiques qui reprennent tout ce qu'il faut savoir faire (sauf le TVI). Faites-les sérieusement, c'est indispensable ! Attention, il y a des pièges… Chaque exercice est corrigé <u>en détail</u> en vidéo, de façon <u>rigoureuse</u> (je n'ai rien à redire, pour une fois, bravo aux profs qui ont fait ces vidéos). Vous pouvez bien sûr passer vite si vous avez compris. Je compte sur vous !

I. Équation avec des exponentielles ou des logarithmes – exercice facile

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $\ln x = 4$ b) $\ln(2-x) = 0$ c) $\ln x = -1$

d) $e^{3-2x} = 5$ e) $2e^x + 10 = 6$ f) $2\ln x + 6 = 0$

Réponses : a) $\{e^4\}$ b) $\{1\}$ c) $\left\{\frac{1}{e}\right\}$ d) $\left\{\frac{3-\ln 5}{2}\right\}$ e) $\varnothing$ f) $\left\{\frac{1}{e^3}\right\}$

Correction détaillée en vidéo (≈ 20 min) : https://youtu.be/FYFwp8FiRho

II. Équation avec logarithme : le piège classique

On souhaite résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\ln(6x-2) + \ln(2x-1) = \ln(x)$.
Clara affirme que cette équation admet deux solutions. A-t-elle raison ? Justifier.

Réponse : elle a tort (une seule solution : $\frac{2}{3}$).

Correction détaillée en vidéo (≈ 8 min) : https://youtu.be/m8JY96k3_cI

III. Résoudre une équation avec des logarithmes

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $\ln(2x+1) + \ln x = 0$ b) $\ln(2-x) - 2\ln x = 0$ c) $\ln\left(x^2\right) = (\ln x)^2$

Réponses : a) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ b) $\{1\}$ c) $\{1\,;e^2\}$

Correction détaillée en vidéo (≈ 23 min) : https://youtu.be/9r1nGSC1ARM

→

IV. Résoudre une inéquation avec des logarithmes

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes : prudence

a) $\ln(-x) < 2$ b) $\ln\left(1+\dfrac{2}{x}\right) - \ln x \geq 0$ c) $(\ln x)^2 + \ln\left(\dfrac{1}{x}\right) \geq 0$

Réponses : a) $]-e^2;+\infty[$ b) $]0;2]$ c) $]0;1]\cup[e;+\infty[$

Correction détaillée en vidéo (≈ 25 min) : https://youtu.be/mFCVPcCa6G0

V. Trouver le signe d'une expression avec des logarithmes

Déterminer le signe des expressions suivantes sur l'intervalle I indiqué :

a) $1-\ln x$ et $\text{I}=]0;+\infty[$ b) $\ln(1-x)$ et $\text{I}=]-\infty;1[$ c) $\ln\left(\dfrac{e}{x}\right)$ et $\text{I}=]0;+\infty[$

Correction détaillée en vidéo (≈ 9 min) : https://youtu.be/TgGxIg-PRNU

VI. Exercice type

On considère la fonction f définie sur $]1;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x}{\ln x}$.

1) Justifier que f est bien définie sur $]1;+\infty[$.
2) Justifier que f est dérivable sur $]1;+\infty[$ puis déterminer, pour tout x de $]1;+\infty[$, $f'(x)$.
3) Déterminer le tableau de variations de f sur $]1;+\infty[$.

Correction détaillée en vidéo (≈ 13 min) : https://youtu.be/Aa-46OENCvk