T°S	SÉANCE DU LUNDI 23 MARS 2020

I. Exercice 5 (fiche)

1. Il suffit de choisir deux valeurs de t quelconques. Par exemples :

$$t=0 \text{ donne } \begin{cases} x=3 \\ y=1 \\ z=-1 \end{cases} \qquad t=1 \text{ donne } \begin{cases} x=3+2=5 \\ y=1-2=-1 \\ z=-1-1=-2 \end{cases}$$

Les points $(3;1;-1)$ et $(5;-1;-2)$ appartiennent à la droite (d).

2. $2=3+2t \Leftrightarrow t=\frac{2-3}{2} \Leftrightarrow t=-\frac{1}{2}$

Il suffit alors de remplacer t par $-\frac{1}{2}$: $\begin{cases} x=3+2\times\left(-\frac{1}{2}\right) \\ y=1-2\times\left(-\frac{1}{2}\right) \\ z=-1-\left(-\frac{1}{2}\right) \end{cases}$ *ie* $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \\ z=-\frac{1}{2} \end{cases}$.

Le point de (d) ayant 2 pour abscisse est donc le point de coordonnées $\left(2;2;-\frac{1}{2}\right)$.

3. $\begin{cases} -5=3+2t \\ 9=1-2t \\ 4=-1-t \end{cases} \Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow \begin{cases} t=-4 \\ t=-4 \\ t=-5 \end{cases}$. Donc le point de coordonnées $(-5;9;4)$ n'appartient pas à (d).

Petite explication : pour qu'un point appartienne à (d), il faut et il suffit que ses coordonnées vérifient l'équation paramétrique, autrement dit qu'il existe un paramètre t qui vérifie les trois égalités.

4. Un vecteur directeur de (d) est : $(2;-2;-1)$.

Petite explication : d'après le cours (IV.1), les coordonnées d'un vecteur directeur se trouvent devant le paramètre.

*En résumé (**à connaître**) :*

Une droite de l'espace peut aussi être représentée par une équation paramétrique.

Exemple : (D) $\begin{cases} x = -4-2t \\ y = 4+1t \\ z = 0+1t \end{cases}$ où $t \in \mathbb{R}$

où A(-4 ; 4 ; 0) est un point de (D) et $\vec{u}(-2\,;1\,;1)$ un vecteur directeur de (D)

⚠ Il n'y a pas unicité de cette représentation paramétrique.

5. Un vecteur directeur de (d) est $(2;-2;-1)$ (noté $\vec{u}$) et l'on souhaite une cote de 7 : il suffit donc de prendre le vecteur $-7\vec{u}$ puisque $-7\times(-1)=7$: $-7\vec{u}\ (-14;14;7)$.

II. Exercice 3 (fiche)

Correction :

- $\overrightarrow{AB}\ (x_B - x_A ; y_B - y_A)$ *ie* $\overrightarrow{AB}\ (3-1 ; 2-(-2) ; -1-3)$ *ie* $\overrightarrow{AB}(2;4;-4)$.
- $M(x;y;z) \in (d) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires

$$\Leftrightarrow \exists\ k \in \mathbb{R},\ \overrightarrow{AM} = k\,\overrightarrow{AB}$$

$$\Leftrightarrow \exists\ k \in \mathbb{R},\ \begin{cases} x - x_A = k \times 2 \\ y - y_A = k \times 4 \\ z - z_A = k \times (-4) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \exists\ k \in \mathbb{R},\ \begin{cases} x - 1 = 2k \\ y - (-2) = 4k \\ z - 3 = -4k \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \exists\ k \in \mathbb{R},\ \begin{cases} x = 2k + 1 \\ y = 4k - 2 \\ z = -4k + 3 \end{cases}$$

Une représentation paramétrique de la droite passant par $A(1;-2;3)$ et $B(3;2;-1)$ est donc :

$$\begin{cases} x = 2k + 1 \\ y = 4k - 2 \\ z = -4k + 3 \end{cases},\ k \in \mathbb{R}.$$

III. Exercice 6 (fiche)

Correction :

1. Un vecteur directeur de (d) est $\vec{u}(2;1;1)$, et un vecteur directeur de (d') est $\vec{v}(3;1;1)$.

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires (car $\frac{3}{2} \neq \frac{1}{1}$) donc (d) et (d') ne sont ni confondues ni parallèles : elles sont **non coplanaires <u>ou</u> sécantes**. De plus :

$$\begin{cases} 2 + 2t = -1 + 3t' \\ -1 + t = -2 + t' \\ 1 + t = t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 + 2t = -1 + 3(1+t) \\ -1 + t = -2 + 1 + t \\ t' = 1 + t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 + 2t = -1 + 3(1+t) \\ -1 + t = -2 + 1 + t \\ t' = 1 + t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 + 2t = -1 + 3(1+t) \\ -1 + t = -2 + 1 + t \\ t' = 1 + t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 - 2 = 3t - 2t \\ t' = 1 + t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t' = 1 \end{cases}$$

Donc il existe deux réels t et t' qui vérifient la représentation paramétrique de (d) <u>et</u> celle de (d') : ces deux droites sont donc sécantes.

2. En remplaçant t par 0 dans la représentation paramétrique de (d), on trouve : $\begin{cases} 2+2t=2 \\ -1+t=-1 \\ 1=1 \end{cases}$.

(d) et (d') sont donc sécantes au point de coordonnées $(2;-1;1)$.

Remarque : on peut vérifier avec $t'=1$ dans la représentation paramétrique de (d') : $\begin{cases} -1+3t'=...=2 \\ -2+t'=...=-1 \\ t'=1 \end{cases}$.

IV. Exercice 7 (fiche)

Correction :

$$\begin{cases} 1-mt=-2m^2-t' \\ 1+t=2+2t' \\ -3+t=t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-mt=-2m^2-(-3+t) \\ 1+t=2+2(-3+t) \\ t'=-3+t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \dots$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2m^2+mt+2-t=0 \\ 5=t \\ t'=-3+t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2m^2+5m-3=0 \\ t=5 \\ t'=-3+t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m=\frac{3}{2} \text{ ou } m=1 \\ t=5 \\ t'=-3+t \end{cases}$$

Discriminant de $-2m^2+5m-3$:
$\Delta=5^2-4\times(-2)\times(-3)=1$.
Le polynôme admet donc deux racines :
$\frac{-5-1}{-4}=\frac{3}{2}$ et $\frac{-5+1}{-4}=1$.

Donc (d) et (d') sont sécantes lorsque $m \in \left\{1;\frac{3}{2}\right\}$, et non coplanaires sinon.

V. Exercice 1 (fiche)

Correction en vidéo, faite par un collègue (≈ 15 min) : https://youtu.be/j-08HmjKe1M