T°ES SPÉ MATHS	SÉANCE DU LUNDI 23 MARS 2020

Pour ceux qui ne seraient pas à l'aise avec l'algorithme de Dijkstra vu la dernière fois en classe, vous pouvez allez sur le manuel (pages 366/367) pour voir un exercice corrigé dans le détail.
Vous pouvez aussi voir cette vidéo d'Yvan Monka :

vidéo à regarder (≈ 11 min)

Pour toute question, vous pouvez aussi m'écrire (mathemathieu@free.fr), envoyer une vidéo en filmant votre feuille, envoyer un vocal, etc. Si besoin, on pourra prévoir une séance de questions/réponses en "live" via une application (webcam utile).

I. Correction du 33 p380

Graphe de gauche :

A	B	C	D	E	F
0	∞	∞	∞	∞	∞
	7(A)	∞	∞	∞	**5(A)**
	8(F)	∞	∞	11(F)	
	7(A)	∞	∞	11(F)	
		11(B)	∞	**9(B)**	
		11(B)	**11(E)**		

Plus court chemin : A-B-E-D de longueur 11

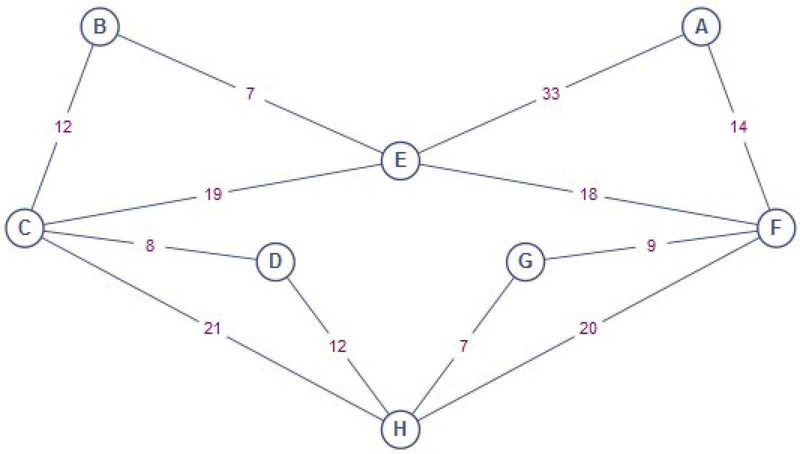
Graphe de droite :

A	M	N	O	P	Q	R	D
0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
	2(A)	4(A)	8(A)	11(A)	13(A)	18(A)	23(A)
		3(M)	8(A)	11(A)	13(A)	18(A)	23(A)
			6(N)	11(A)	13(A)	18(A)	23(A)
				10(O)	13(A)	18(A)	23(A)
					13(P)	18(A)	23(A)
						17(Q)	23(A)
							22(R)

Plus courte chaîne : A-M-N-O-P-Q-R-D de longueur 22 ; A-Q-R-D était aussi envisageable : longueur 22.

II. Exercice tiré du site yallouz.free.fr

Le graphe ci – dessous modélise le plan du quartier dans lequel un facteur effectue sa tournée à partir du sommet C. Les nombres présents sur chacune des arêtes indiquent le temps moyen en minutes mis par le facteur pour distribuer le courrier dans chaque rue.



Le facteur souhaite effectuer sa tournée de manière à arriver le plus rapidement en A tout en distribuant le courrier dans chaque rue où il passe.

1. À l'aide d'un algorithme, déterminer le parcours permettant d'aller du sommet C au sommet A le plus rapidement possible. Préciser alors le trajet à emprunter.

2. Est – il possible pour le facteur de revenir en C pour distribuer le courrier restant dans chacune des rues où il n'est pas passé sans avoir à repasser par une des rues déjà empruntée ?
Si oui donner un parcours possible.
Quel est alors le temps mis par le facteur pour effectuer sa tournée complète ?

Correction :
1. Algorithme de Dijkstra :

A	B	C	D	E	F	G	H
∞	∞	**0**	∞	∞	∞	∞	∞
∞	12 (C)		**8 (C)**	19 (C)	∞	∞	21 (C)
∞	**12 (C)**			19 (C)	∞	∞	~~21 (C)~~ 20 (D)
∞				**19 (C)**	∞	∞	20 (D)
52 (E)					37 (E)	∞	**20 (D)**
52 (E)					37 (E)	**27 (H)**	
52 (E)					~~37 (E)~~ **36 (G)**		
~~52 (E)~~ **50 (F)**							

Le sommet A étant marqué, pour lire la chaîne de poids minimal, on part de A et on remonte la chaîne en suivant les prédécesseurs. A←F←G←H←D←C.

Le trajet le plus rapide pour aller de C à A est **C – D – H – G – F – A en 50 minutes**.

2.

Sommet	A	B	C	D	E	F	G	H
Degré	2	2	4	2	4	4	2	4

Le graphe est connexe car la chaîne A – E – B – C – D – H – G – F – A passe par tous les sommets.
Tous les sommets sont de degré pair, donc d'après le **théorème d'Euler**, le graphe admet un cycle eulérien.
Dans cette question, on suppose avoir déjà fait la chaîne C – D – H – G – F – A, que l'on peut poursuivre en rajoutant la chaîne E – F – H – C – E – B – C, ce qui nous donne le cycle eulérien suivant :

C – D – H – G – F – A – E – F – H – C – E – B – C

Le facteur peut donc revenir en C pour distribuer le courrier restant dans chacune des rues où il n'est pas passé sans avoir à repasser par une des rues déjà empruntée. Le temps mis par le facteur pour effectuer sa tournée complète sera alors de **180 min** : 8+12+7+9+14+33+18+20+21+19+7+12 = 180.

III. 36 p380 (d'après Bac)

Correction :

1. Deux sommets quelconques du graphe peuvent toujours être reliés par une chaîne puisqu'il en existe une chaîne (A – B – C – F – E – D – A) qui passe par tous les sommets : **le graphe est donc connexe**.

2. a) On utilise l'algorithme de Dijkstra :

A	B	C	D	E	F
0	∞	∞	∞	∞	∞
|	**7 (A)**	∞	15 (A)	∞	∞
|	|	19 (B)	15 (A)	**11 (B)**	23 (B)
|	|	19 (B)	**13 (E)** ~~15 (A)~~	|	~~25 (E)~~ 23 (B)
|	|	**18 (D)** ~~19 (B)~~	|	|	23 (B)
|	|	|	|	|	**21 (C)** ~~23 (B)~~

La plus courte chaîne reliant le sommet A au sommet F est **A – B – E – D – C – F**.

b) Le temps de transport minimal pour aller du site A au site F est de **21 heures**.

3. Le graphe est connexe et a plus de deux sommets de degré impair donc, d'après le théorème d'Euler, il n'y a ni chaîne eulérienne ni cycle eulérien dans ce graphe : **un parcours tel que celui souhaité par le touriste n'est pas possible.**