2nde - Devoir surveillé n°2 - 15/11/2016

Exercice 1

1)

x	-7	-2	-1	$-\frac{3}{4}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{2}$	1
$g(x)$	$-0,5$	-1	$-0,5$	0	$3,5$	4	$3,5$

2) $$g\left(\frac{1}{5}\right) = \frac{4\times\frac{1}{5}+3}{\left(\frac{1}{5}\right)^2+1} = \frac{3,8}{1,04} = \frac{380}{104} = \frac{\cancel{4}\times 95}{\cancel{4}\times 26} = \frac{95}{26}$$

donc $A\left(\frac{1}{5} ; \frac{95}{26}\right)$ appartient à $\mathcal{C}_g$.

Exercice 2

Seule la courbe n°3 représente une fonction f qui vérifie les conditions.

Exercice 3

1) $\mathcal{D}_f = [-2;4]$

2) a) $f(-2) = -9,5$; $f(3) = 3$; $f(0) = -1,5$.

b) Antécédents de 3 : -1 et 3.
Antécédents de -1 : $-1,6$; $-0,1$; $2,1$; $3,6$.
Antécédents de 4 : aucun

3) a) On cherche les abscisses des points d'intersection de la courbe $\mathcal{C}_f$ et de la droite d'équation $y=-5$.
L'ensemble solution de l'équation $f(x)=-5$ est : $\{-1,83 ; 1 ; 3,83\}$.

b) Idem (avec $y=4$).
... $S = \varnothing$.

c) On cherche les abscisses des points de la courbe $\mathcal{C}_f$ situés strictement au-dessus de la droite d'équation $y=1,5$.

... $S =]-1,4 ; -0,5[\cup]2,5 ; 3,4[$.

Exercice 4

1) $g\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-4\times\left(-\frac{1}{2}\right)+4\right)\left(-3\times\left(-\frac{1}{2}\right)+2\right) = (2+4)\left(\frac{3}{2}+\frac{4}{2}\right) = 6\times\frac{7}{2} = \frac{42}{2} = \underline{21}$.

2) $g(x)=0 \iff (-4x+4)(-3x+2)=0$

$\iff -4x+4=0$ ou $-3x+2=0$

$\iff x=\frac{-4}{-4}$ ou $x=\frac{-2}{-3}$

$\iff x=1$ ou $x=\frac{2}{3}$.

Donc les antécédents de 0 par g sont 1 et $\frac{2}{3}$.

3) $g(x)=8 \iff 12x^2-20x+8=8$

$\iff 12x^2-20x=0$

$\iff x(12x-20)=0$

$\iff x=0$ ou $12x-20=0$

$\iff x=0$ ou $x=\frac{20}{12}=\frac{5}{3}$

Donc les antécédents de 8 par g sont 0 et $\frac{5}{3}$.

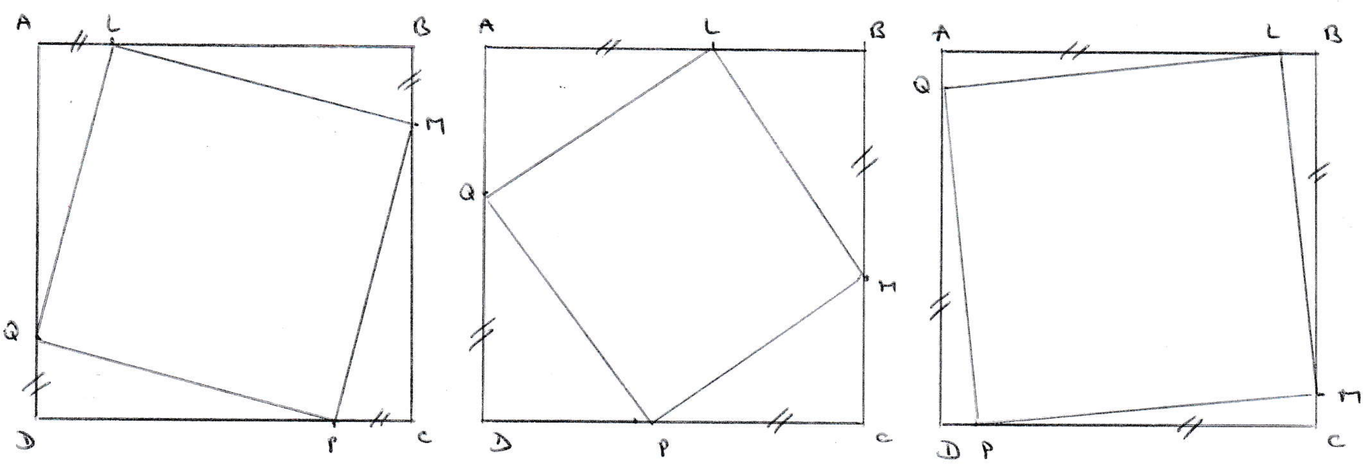
Exercice 5

L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x)\leq -9$ est : $[-1,92\,;\,-0,85]$

Remarque : $[-1,9\underline{3}\,;\,-0,85]$ est accepté.

Exercice 7

1)



(suite exercice 7)

2) • Aire du triangle rectangle AQL :

$AL = x$; $AQ = AD - QD = 5 - x$

donc l'aire est $\dfrac{x(5-x)}{2}$.

• De même, l'aire des triangles rectangles LBM, MCP et QDP est :

$$\frac{x(5-x)}{2}.$$

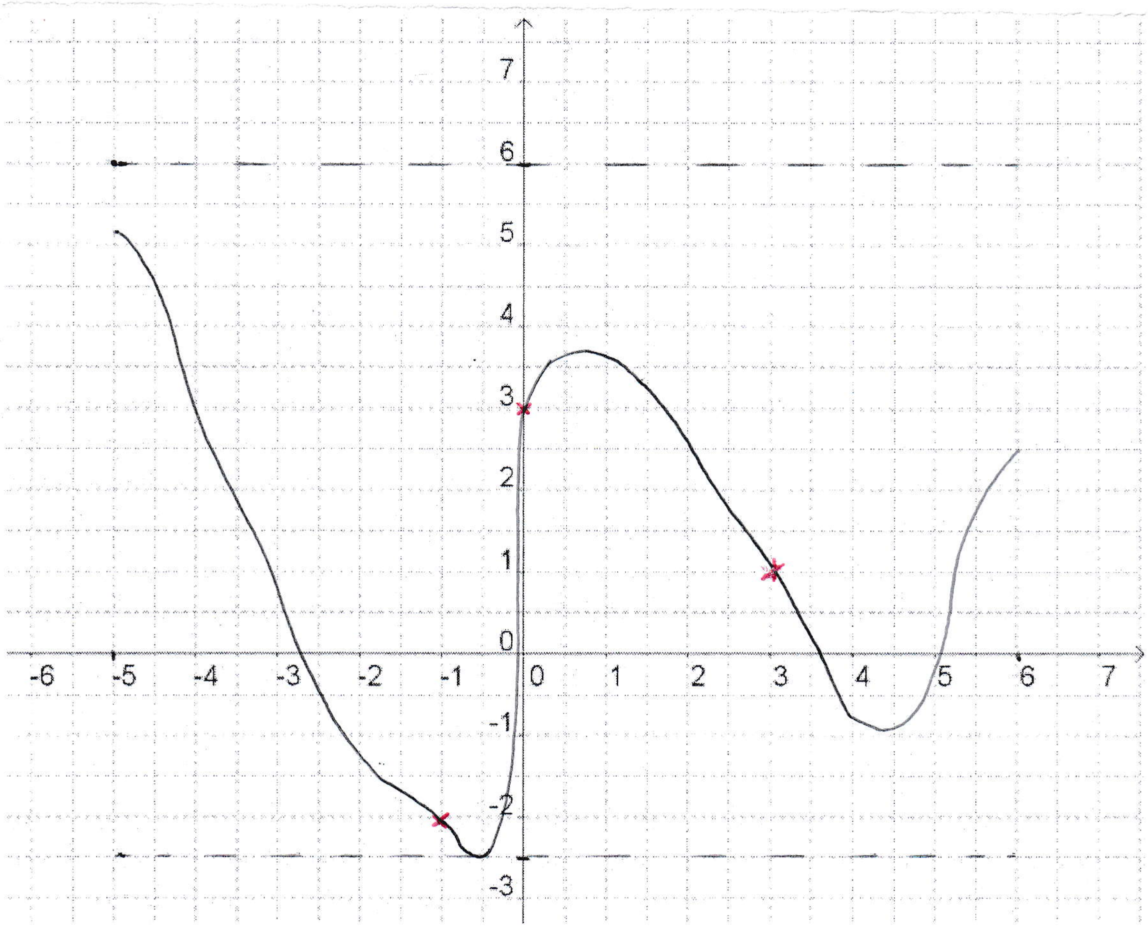
• Donc l'aire du carré LMPQ est :

$$\text{Aire}_{ABCD} - 4 \times \frac{x(5-x)}{2} = 5^2 - 4 \times \frac{x(5-x)}{2}$$

$$= \underline{25 - 2x(5-x)}$$

ou encore, après développement : $\underline{2x^2 - 10x + 25}$.

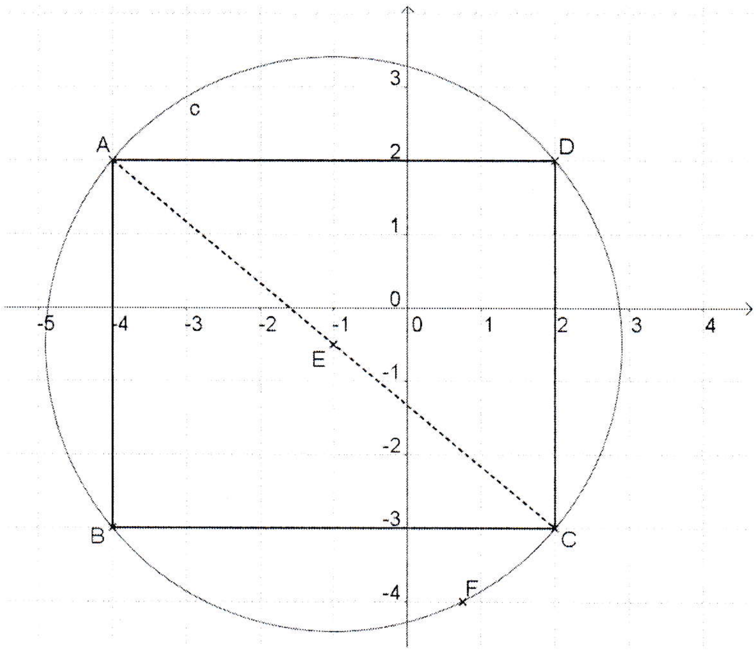
Exercice 6



Exercice 9

Énoncé	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D	*
$(-7x)^2=$	$49x^2$	$-7x^2$	$-49x^2$	$7x^2$	A
Une forme développée de $(-6x-4)(9x-10)-(-6x-4)$ est :	$(-6x-4)(9x-11)$	$-54x^2+30x+44$	$(-6x-4)(9x-10)$	$-54x^2+30x+36$	B
$(2-5x)^2=$	$4+20x-25x^2$	$4-25x^2$	$4-20x+25x^2$	$4+25x^2$	C
$(3x-2)^2-(-x+1)^2=$	$8x^2-14x+5$	$8x^2-10x+3$	$(2x-1)(2x-3)$	$(2x-1)(4x-3)$	B D
L'équation $(2+x)(x-5)=-6$ admet 2 solutions :	-2 et 5	2 et -5	-1 et 4	-8 et -1	C
Une forme factorisée de $(-x+2)^2-(2x+3)(-x+2)$ est :	$(-x+2)(-3x+5)$	$(-x+2)(-3x-1)$	$3x^2-5x-2$	$(x-2)(3x+1)$	B D

Exercice 8



1. Le quadrilatère ABCD semble être un rectangle.
Démontrons notre conjecture :
• on note $I(x_I;y_I)$ le milieu de [AC] et $J(x_J;y_J)$ le milieu de [BD]. On a :

$$x_I=\frac{x_A+x_C}{2}=\frac{-4+2}{2}=-1 \text{ et } y_I=\frac{y_A+y_C}{2}=\frac{2-3}{2}=-\frac{1}{2}\ ;$$

$$x_J=\frac{x_B+x_D}{2}=\frac{-4+2}{2}=-1 \text{ et } y_J=\frac{y_B+y_D}{2}=\frac{-3+2}{2}=-\frac{1}{2}\ .$$

On a donc $I=J$.
Le quadrilatère ABCD a ainsi ses diagonales qui se coupent en leur milieu : c'est donc ***un parallélogramme***.

• De plus, on a :

$$AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}=\sqrt{(2-(-4))^2+(-3-2)^2}=\sqrt{36+25}=\sqrt{61}$$

$$\text{et } BD=\sqrt{(x_D-x_B)^2+(y_D-y_B)^2}=\sqrt{(2-(-4))^2+(2-(-3))^2}=\sqrt{36+25}=\sqrt{61}$$

d'où $AC=BD$.

• ABCD est ainsi ***un parallélogramme ayant ses diagonales de même longueur*** : c'est donc ***un rectangle***.

2. a) E est le centre du cercle circonscrit à ABC. Or, ABCD est un rectangle, donc ABC est un triangle rectangle en B. Le point E est donc le milieu de l'hypoténuse [AC], d'où en notant $E(x_E;y_E)$:

$$x_E=\frac{x_A+x_C}{2}=\frac{-4+2}{2}=-1 \text{ et } y_E=\frac{y_A+y_C}{2}=\frac{2-3}{2}=-\frac{1}{2}\ .$$

Conclusion : ***E a pour coordonnées*** $\left(\mathbf{-1;-\frac{1}{2}}\right)$.

b) $EF=\sqrt{(x_F-x_E)^2+(y_F-y_E)^2}=\sqrt{\left(\frac{3}{4}-(-1)\right)^2+\left(-4-(-\frac{1}{2})\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{7}{4}\right)^2+\left(-\frac{7}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{49}{16}+\frac{49}{4}}=\sqrt{\frac{49}{16}+\frac{196}{16}}=\sqrt{\frac{245}{16}}$

Or, par définition du point E, on a $EC=\frac{AC}{2}=\frac{\sqrt{61}}{2}$.

Si F appartenait au cercle $\mathscr{C}$, on aurait alors : $EC=EF$ c'est-à-dire $\sqrt{\frac{245}{16}}=\frac{\sqrt{61}}{2}$.

On aurait donc $\left(\sqrt{\frac{245}{16}}\right)^2=\left(\frac{\sqrt{61}}{2}\right)^2$ c'est-à-dire $\frac{245}{16}=\frac{61}{4}$ donc $245\times4=16\times61$ donc $980=976$.

Ceci est absurde, donc ***le point F n'appartient pas au cercle*** $\mathscr{C}$.