

RENDRE LE SUJET

AVEC VOTRE COPIE

MATHÉMATIQUES : DEVOIR SURVEILLÉ

MERCREDI 15 JANVIER 2020

Durée de l'épreuve : 1 h 45. Calculatrice autorisée.

PRÉSENTATION & NOTATIONS

Résultats mal mis en valeur... très méchant sera le correcteur !

EXERCICE 1

- Résoudre dans \mathbb{R} l'équation suivante : $3A^2 + A - 4 = 0$.
- En posant $e^x = A$, résoudre l'équation : $3e^{2x} + e^x = 4$.

EXERCICE 2

Résoudre dans \mathbb{R} l'équation suivante : $\frac{5e^x + e}{e^x + e} = 3$.

EXERCICE 3

Partie A

Une entreprise fabrique un nouvel article. Le coût moyen de fabrication de chaque article est de 15 €.

L'entreprise envisage de vendre chaque article entre 20 € et 45 €.

Avant la commercialisation, l'entreprise effectue une étude de marché afin de déterminer la quantité demandée en fonction du prix de vente.

L'étude a permis d'établir que, si chaque article est vendu au prix de x euros, la quantité d'articles demandés s'exprime en milliers d'unités par : $f(x) = (20x - 200)e^{-0,1x}$.

La fonction de demande f est définie sur l'intervalle $[20; 45]$.

La représentation graphique \mathcal{C}_f de la fonction f est donnée sur le graphique de l'annexe en page suivante.

1. Si l'entreprise propose un prix de vente de 40 € :

- Calculer le nombre d'articles demandés, arrondi à la centaine d'articles près.
- Estimer alors le bénéfice réalisé.

2. a) On note f' la fonction dérivée de la fonction f . Montrer que, pour tout réel x de $[20; 45]$:

$$f'(x) = (40 - 2x)e^{-0,1x}.$$

b) Étudier les variations de la fonction f sur $[20; 45]$.

3. a) Montrer que l'équation $f(x) = 11$ admet une unique solution sur $[20; 45]$. On notera α cette solution.

b) Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} de α . Justifier votre démarche.

c) En déduire l'intervalle dans lequel doit se situer le prix de vente d'un article pour que la quantité demandée soit supérieure ou égale à 11 000 unités.

4. Un logiciel de calcul formel donne le résultat suivant :

1	Dériver $[(40 - 2x) \cdot \exp(-0.1x)]$
	$\left(\frac{x}{5} - 6\right) \cdot \exp(-0.1x)$

Utiliser ce résultat pour déterminer, en justifiant, l'intervalle sur lequel la fonction f est convexe.

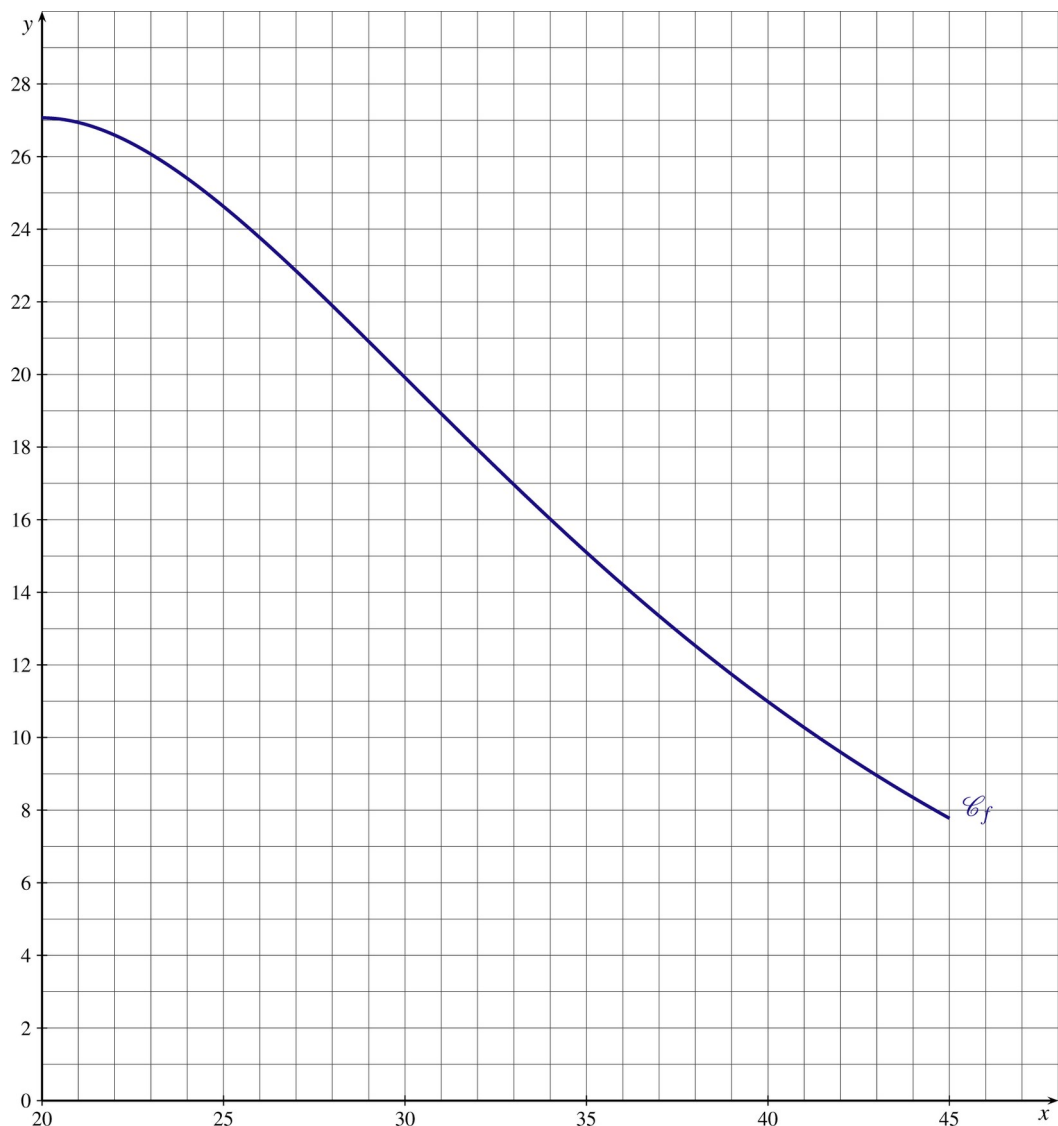
Partie B

On appelle fonction d'offre la fonction g , définie sur $[20; 45]$ par : $g(x) = x - 18$.

Le nombre $g(x)$ est le nombre de milliers d'articles que l'entreprise est prête à produire pour un prix de vente unitaire de x euros.

1. Tracer la courbe représentative de la fonction g sur le repère de l'annexe ci-dessous.
2. On appelle prix d'équilibre le prix unitaire x d'un article pour lequel l'offre est égale à la demande.
 - a) Déterminer graphiquement le prix d'équilibre. Justifier en laissant les tracés utiles sur le graphique.
 - b) En déduire une valeur approchée au millier près du nombre d'articles que l'entreprise peut espérer vendre au prix d'équilibre.
 - c) Estimer alors le bénéfice réalisé.

ANNEXE



EXERCICE 4

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Les questions sont indépendantes.

Pour chacune des questions suivantes, une seule des propositions est exacte.

Aucune justification n'est demandée. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point(s).

Pour répondre, vous **recopiez** sur votre copie le **numéro** de la question et **indiquez la seule bonne réponse**.

Si cette consigne n'est pas respectée, aucun point ne sera attribué.

1. Soit g la fonction définie sur $[-1; 4]$ par $g(x) = -x^3 + 3x^2 - 1$ et C_g sa courbe représentative dans un repère. La tangente à la courbe C_g au point d'abscisse 1 a pour équation :

$$y = -3x^2 + 6x$$

$$y = 3x - 3$$

$$y = 3x - 2$$

$$y = 2x - 1$$

2. On considère l'algorithme ci-contre. On affecte 3 à la variable N . Que contient la variable S , arrondie au dixième, à la fin de l'exécution de l'algorithme ?

24,6

-25

27

20,8

```
v ← 9
S ← 9
Pour i allant de 1 à N
    v ← 0,75 × v
    S ← S + v
Fin Pour
```

3. Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]0; 10]$ dont la courbe représentative \mathcal{C}_f est donnée ci-dessous dans un repère d'origine O :

a) Le nombre de solutions sur l'intervalle $]0; 10]$ de l'équation $f'(x) = 0$ est égal à :

1

2

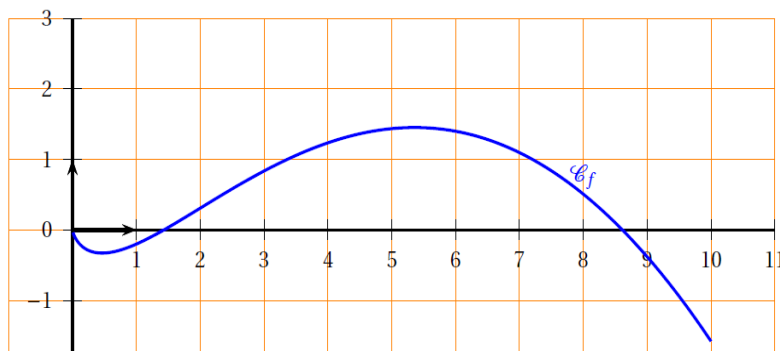
3

b) Le nombre réel $f'(7)$ est :

nul

strictement positif

strictement négatif



c) La fonction f' est :

croissante sur $]0; 10]$

croissante sur $[4; 7]$

décroissante sur $[4; 7]$