Nom : .... **Prénom** : .... **Classe** : T^{le} ES/L"spé"

le 02 / 12 / 2019

Note : .... / 20

INTERROGATION de MATHÉMATIQUES

Durée : 45 minutes. Calculatrice **AUTORISÉE**.

Résultats mal mis en valeur… très méchant sera le correcteur !

Rappel.

Si $f(x)=ax^2+bx+c$ avec $a\neq 0$:

- si $a>0$ alors f admet un minimum au point d'abscisse $-\dfrac{b}{2a}$;
- si $a<0$ alors f admet un maximum au point d'abscisse $-\dfrac{b}{2a}$.

Un producteur de légumes souhaite s'implanter dans une commune et livrer directement chez le consommateur des paniers de 5 kg de légumes variés labellisés « bio ».

La production hebdomadaire de légumes permettra de livrer au maximum 90 paniers par mois.

Le coût total de production est modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $[0;9]$ par :

$$\mathrm{C}(x)=x^3-9x^2+30x+25\,.$$

Lorsque x est exprimé en dizaines de paniers, $\mathrm{C}(x)$ est égal au coût total exprimé en dizaines d'euros.

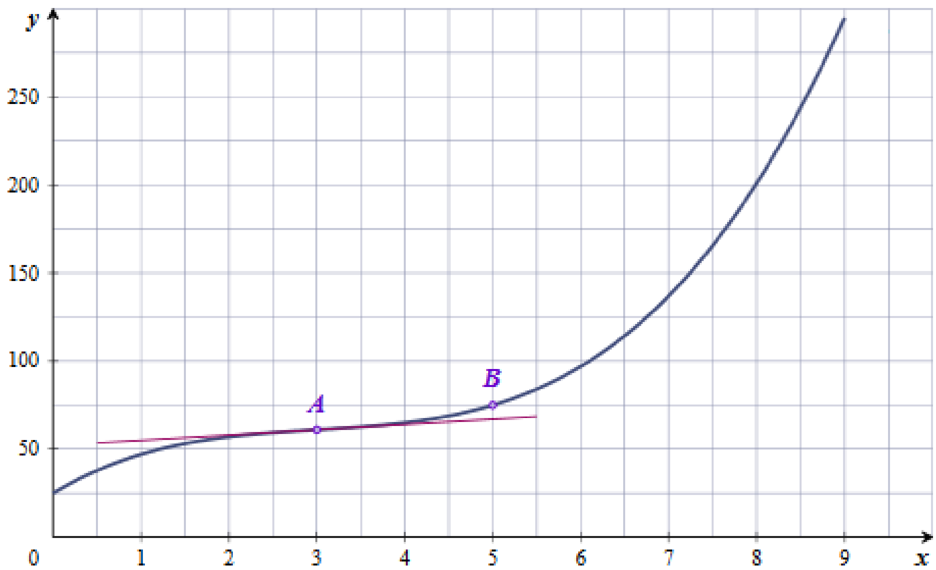
Partie A Lecture graphique **4,5 POINTS**

Sur le graphique ci-dessous, on a tracé la courbe représentative de la fonction C dans un repère orthogonal, notée $\mathscr{C}$.

La tangente à cette courbe au point A d'abscisse 3 est tracée sur le graphique.

La tangente au point B d'abscisse 5 passe par l'origine du repère.

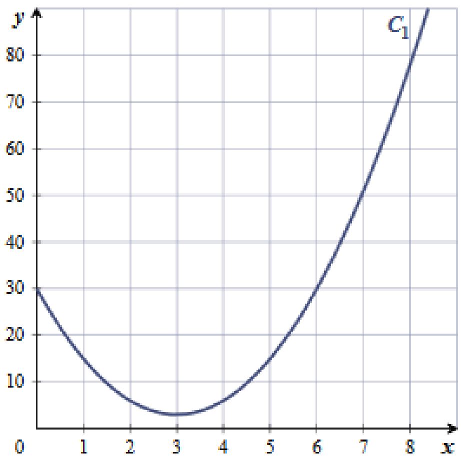
Dans cette partie et la suivante, on assimilera le coût marginal à la dérivée du coût total de production.

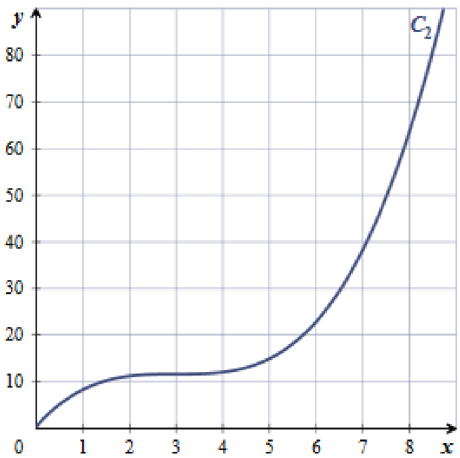


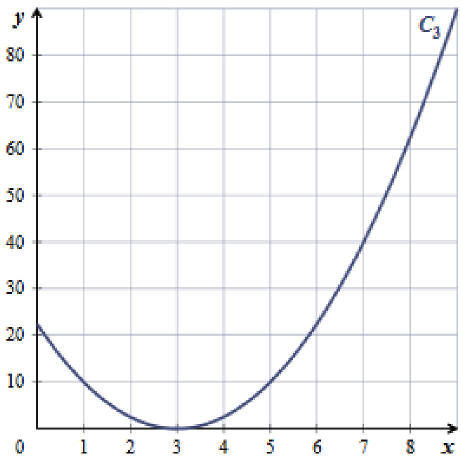
1. À partir du graphique et des renseignements fournis, donner une valeur approchée du coût marginal pour 50 paniers. Pour seule justification, laisser sur le graphique les tracés utiles à votre démarche.

2. En expliquant rapidement votre démarche, lire graphiquement le nombre de paniers pour lequel le coût marginal semble minimal.

3. Parmi les trois courbes C_1, C_2 et C_3 proposées ci-dessous, indiquer celle qui représente le coût marginal. Expliquer rapidement votre démarche.







Partie B **Approximation du coût marginal minimal** **5 POINTS**

1. Étudier les variations de la fonction C sur $[0;9]$, et dresser le tableau de variations de C sur ce même intervalle.

2. Déterminer la valeur de x pour laquelle le coût marginal (assimilé à $C'(x)$) est minimal.

Partie C **Coût marginal minimal** **3 POINTS**

Dans cette partie, nous n'assimilons plus le coût marginal à la fonction dérivée C'.

Nous noterons C_m le coût marginal et nous rappelons que $C_m(x)=C(x+1)-C(x)$.

1. On admet que, pour tout réel x : $(x+1)^3=x^3+3x^2+3x+1$.

Démontrer que, pour tout réel x de $[0;9]$: $C_m(x)=3x^2-15x+22$.

2. En déduire pour quelle valeur de x le coût marginal est minimal.

Partie D **Étude du coût moyen** **7,5 POINTS**

On note C_M la fonction qui à tout réel x de $]0;9]$ associe le coût moyen pour x dizaines de paniers.

1. Démontrer que, pour tout réel x de $]0;9]$: $C_M'(x)=\dfrac{2x^3-9x^2-25}{x^2}$.

2. On admet le tableau de signes suivant :

x	0 5 9
$2x^3-9x^2-25$	− 0 +

En déduire pour quel nombre de paniers le coût moyen est minimal.