

# RENDRE LE SUJET

AVEC VOTRE COPIE

## MATHÉMATIQUES : DEVOIR SURVEILLÉ

MERCREDI 20 NOVEMBRE 2019

Durée de l'épreuve : 1 h 50. Calculatrice autorisée.

### PRÉSENTATION & NOTATIONS

Résultats mal mis en valeur... très méchant sera le correcteur !

### EXERCICE 1

10 minutes ; ≈ 2 points

Déterminer le taux mensuel équivalent à un taux annuel de 25 % ?  
En donner une valeur approchée à 0,01 % près. Bien justifier votre démarche.

### EXERCICE 2

20 minutes ; ≈ 3 points

En 2018, Laurence, souhaitant se lancer dans l'agriculture biologique, a acheté une ferme de 14 hectares de pommiers. Elle estime qu'il y a 300 pommiers par hectare. Chaque année, Laurence élimine 4 % des pommiers existants puis replante 22 nouveaux pommiers par hectare.

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $u_n$  le nombre de pommiers par hectare l'année  $2018+n$ . On a ainsi  $u_0=300$  et  $u_{n+1}=0,96u_n+22$ . On définit la suite  $(v_n)$  en posant  $v_n=u_n-550$  pour tout entier naturel  $n$ .

- Démontrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme  $v_0$ .
- Pour tout entier naturel  $n$ , exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$  puis démontrer que :  $u_n=550-250 \times 0,96^n$ .
- Déterminer la limite de la suite  $(u_n)$ .

### EXERCICE 3

15 minutes ; ≈ 3,5 points

Déterminer la fonction dérivée de la fonction  $f$  définie sur  $] -\infty ; 2[$  par :  $f(x) = \frac{3x^2 - 4x + 7}{x - 2}$ .

### EXERCICE 4

30 minutes ; ≈ 7,5 points

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = x^3 - 39x^2 + 315x + 45$ .

- Étudier les variations de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ . Dresser un tableau de variations complet de  $f$ .
  - Démontrer que l'équation  $f(x) = 1000$  admet une unique solution sur  $\mathbb{R}$ , que l'on notera  $\alpha$ .
  - Déterminer un encadrement à  $10^{-4}$  de  $\alpha$ .
- Calculer  $f''(x)$ , la dérivée seconde de la fonction  $f$ .
  - Étudier la convexité de la fonction  $f$ .
  - En déduire que la fonction  $f$  admet un unique point d'inflexion que vous préciserez.

**EXERCICE 5**25 minutes ;  $\approx$  4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Les questions sont indépendantes.

Pour chacune des questions suivantes, une seule des propositions est exacte.

Aucune justification n'est demandée. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point(s).

Pour répondre, vous **recopiez** sur votre copie le **numéro** de la question et **indiquez la seule bonne réponse** (écrire **A, B, C ou D** suivi de la réponse associée). Si cette consigne n'est pas respectée, aucun point ne sera attribué.

1. Voici l'évolution des ventes de téléphones mobiles et de smartphones en France entre 2008 et 2015.

Ventes de mobiles et smartphones en millions d'unités

| Type                 | 2008        | 2009        | 2010        | 2011        | 2012        | 2013        | 2014        | 2015        |
|----------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Smartphone           | 1,8         | 3,6         | 7,7         | 11,5        | 13,3        | 15,8        | 18,2        | 20,0        |
| Mobile               | 21,7        | 20          | 17          | 12,8        | 9,2         | 7,9         | 5,6         | 4,6         |
| <b>Total</b>         | <b>23,5</b> | <b>23,6</b> | <b>24,7</b> | <b>24,3</b> | <b>22,5</b> | <b>23,7</b> | <b>23,8</b> | <b>24,6</b> |
| Part des smartphones | 7,7 %       | 15,3 %      | 31,2 %      | 47,3 %      | 59,1 %      | 66,7 %      | 76,5 %      | 81,3 %      |

a) Les ventes de smartphones ont augmenté, entre 2008 et 2015, d'environ :

- A. 18,2 %      B. 101 %      C. 1 011 %      D. 1 820 %

b) Le taux d'évolution moyen des ventes de smartphones entre 2008 et 2015 est d'environ :

- A. 18,2 %      B. 41 %      C. 126 %      D. 144 %

2. Soit  $g$  la fonction définie sur  $[-1; 4]$  par  $g(x) = -x^3 + 3x^2 - 1$  et  $C_g$  sa courbe représentative dans un repère. La tangente à la courbe  $C_g$  au point d'abscisse 1 a pour équation :

- A.  $y = -3x^2 + 6x$       C.  $y = 3x - 3$   
 B.  $y = 3x - 2$       D.  $y = 2x - 1$

3. On considère l'algorithme ci-contre. On affecte 3 à la variable  $N$ . Que contient la variable  $S$ , arrondie au dixième, à la fin de l'exécution de l'algorithme ?

- A. 24,6      B. -25      C. 27      D. 20,8

```

v ← 9
S ← 9
Pour i allant de 1 à N
    v ← 0,75 × v
    S ← S + v
Fin Pour
  
```

4. Soit  $f$  une fonction définie et dérivable sur l'intervalle  $]0; 10]$  dont la courbe représentative  $\mathcal{C}_f$  est donnée ci-dessous dans un repère d'origine  $O$  :

a) Le nombre de solutions sur l'intervalle  $]0; 10]$  de l'équation  $f'(x) = 0$  est égal à :

- A. 1      B. 2      C. 3

b) Le nombre réel  $f'(7)$  est :

- A. nul  
 B. strictement positif  
 C. strictement négatif

c) La fonction  $f'$  est :

- A. croissante sur  $]0; 10]$       B. croissante sur  $[4; 7]$       C. décroissante sur  $[4; 7]$

