Suites - Révisions (fiche 2)

Exercice 1

Dans chaque cas, déterminer les quatre premiers termes de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$:

a. $u_n = \dfrac{2n^2+n+5}{n+1}$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

b. $u_0 = 2$; $u_{n+1} = \dfrac{1}{2}\cdot u_n + 3$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

c. $u_0 = -1$; $u_{n+1} = u_n + n - 2$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

d. $u_0 = 2$; $u_1 = 3$; $u_{n+1} = u_n + 2\cdot u_{n-1}$ pour tout $n\in\mathbb{N}^*$

Exercice 2

1. La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est définie par :
   $u_n = -2n^2 - 3n + 2$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

   Etudier la monotonie de cette suite, en étudiant la fonction f vérifiant la relation :
   $u_n = f(n)$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

2. La suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est définie par :
   $v_n = \dfrac{2n^2+1}{2n+5}$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

   On considère la fonction f définie par la relation :
   $f(x) = \dfrac{2x^2+1}{2x+5}$

   a. Donner l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de la fonction f.

   b. Etablir que la fonction f' dérivée de la fonction f admet pour expression sur $\mathcal{D}_f$:
   $f'(x) = \dfrac{4x^2+20x-2}{(2x+5)^2}$

   c. Dresser le tableau de variation de la fonction f.

   d. Justifier que la suite (u_n) est croissante à partir du rang 1.

   e. Peut-on dire que la suite (v_n) est croissante sur $\mathbb{N}$?

Exercice 3

Dans cet exercice, on utilisera la méthode de la différence pour prouver la monotonie des suites :

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite dont le terme de rang n est définie par :
   $u_n = -32n + 102$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

   Montrer que cette suite est décroissante.

2. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite dont le terme de rang n est définie par :
   $v_n = \sqrt{2n-1}$ pour tout $n\in\mathbb{N}^*$

   Montrer que cette suite est croissante.

3. Soit $(w_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite dont le terme de rang n est définie par :
   $w_n = 2n - \dfrac{25}{n}$ pour tout $n\in\mathbb{N}^*$

   Montrer que la suite (w_n) est croissante.

Exercice 4

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r. Compléter les expressions suivantes :

a. $u_{12} = u_5 + \dots$ b. $u_{57} = u_{38} + \dots$

c. $u_3 = u_8 + \dots$ d. $u_{23} = u_{38} + \dots$

Exercice 5

Soit (v_n) une suite géométrique de raison q. Compléter les expressions suivantes :

a. $u_7 = u_3 \times \dots$ b. $u_{25} = u_{11} \times \dots$

c. $u_3 = u_8 \times \dots$ d. $u_{15} = u_{23} \times \dots$

Exercice 6

On considère une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$. Déterminer le nombre de termes de chacune des sommes ci-dessous :

a. $u_0+u_1+u_2+u_3+u_4+u_5+u_6+u_7+u_8$

b. $u_5+u_6+u_7+u_8+u_9+u_{10}+u_{11}+u_{12}$

c. $u_{11}+u_{12}+u_{13}+\dots+u_{25}+u_{26}$

d. $u_8+u_9+u_{10}+\cdots+u_{31}+u_{32}$

Exercice 7

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation :

$u_0 = 8$; $u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n - 5$ pour tout entier naturel n.

1. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par :
   $v_n = u_n + 10$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

   a. Montrer que la suite (v_n) vérifie la relation suivante pour tout entier naturel n :
   $v_{n+1} = \dfrac{1}{2}\cdot v_n$

   b. Donner la nature de la suite (v_n) ainsi que ses éléments caractéristiques.

   c. Donner la formule explicite donnant l'expression du terme v_n en fonction de son rang n.

2. Déduire des questions précédentes, la formule explicite de la suite (u_n).