Nom : **Prénom** : **Classe** : T^{le}SM

le 08 / 03 / 2022

Note :

INTERROGATION de MATHÉMATIQUES

Durée : 50 minutes. Calculatrice **<u>AUTORISÉE en mode examen</u>**.

<u>EXERCICE 1</u> ≈ 25 min

1. a. Donner la définition du nombre $2^{\frac{1}{12}}$: ....

b. Compléter sans justifier : si u une fonction dérivable et ....
sur un intervalle I, alors la fonction composée $\ln(u)$ est dérivable sur I et $(\ln u)' =$ ....

2. Simplifier au maximum les expressions suivantes :

a. $\ln(12^8) - 2\ln\left(\frac{27}{28}\right) - 20\ln 2$ **b.** $\ln(81) - \ln(3\sqrt{36})$

3. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\ln(-3x-4) + \ln(7-x) \geqslant 4$.

4. Déterminer (par le calcul) le plus petit entier naturel n tel que $\left(\frac{11}{12}\right)^n < 10^{-5}$.

5. On note h la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $h(x) = 1 + \frac{\ln x}{x^2}$.

Déterminer les limites de h en 0 et en $+\infty$.

<u>EXERCICE 2</u> ≈ 25 min

Soit f la fonction définie par : $f(x) = -\sqrt{2}\ln\left(\frac{12x}{11-1985x}\right)$.

1. Démontrer que l'ensemble de définition de f, noté I, est $\left]0;\frac{11}{1985}\right[$.

On admettra par la suite que : $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to\frac{11}{1985}} f(x) = -\infty$.

2. a. On admet que f est dérivable sur I. Démontrer que, pour tout réel x de I : $f'(x) = \frac{-11\sqrt{2}}{x(11-1985x)}$.

b. En déduire le tableau de variations de f sur I.

3. a. En utilisant le théorème des valeurs intermédiaires, démontrer que l'équation $f(x) = 10$ admet une unique solution sur I, notée α.

b. En utilisant votre calculatrice, donner <u>sans justifier</u> un encadrement de α à 10^{-5} près.

4. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.