

Exercice 1

$f(x) = 3x - 1 + \frac{2}{x^2}$ donc il existe un réel k tel que : $F(x) = 3\frac{x^2}{2} - x - 2 \times \frac{1}{x} + k$ ie $F(x) = \frac{3}{2}x^2 - x - \frac{2}{x} + k$.

$F(1) = 0$ donc $\frac{3}{2} - 1 - 2 + k = 0$ donc $k = \frac{3}{2}$: $F(x) = \frac{3}{2}x^2 - x - \frac{2}{x} + \frac{3}{2}$.

Exercice 2

On notera toujours par une minuscule la fonction, et par une majuscule une primitive.

• $a(x) = x^2 - 5x + \frac{1}{x^2}$ sur $]0; +\infty[$ donc $A(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 - \frac{1}{x}$

• $c(x) = e^{-x} = -(-1 \times e^{-x})$ donc c est de la forme $-u' e^u$, d'où $C(x) = -e^{-x}$

• $d(x) = 1 - x + x^2 - x^3$ sur \mathbb{R} donc $D(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4}$

• $f(x) = 2x + 1$ sur \mathbb{R} donc $F(x) = x^2 + x$

• $g(x) = 10x^4 + 6x^3 - 1$ sur \mathbb{R}

$G(x) = 10\frac{x^5}{5} + 6\frac{x^4}{4} - x$ ie $G(x) = 2x^5 + \frac{3}{2}x^4 - x$

• $h(x) = (x-1)(x+3)$ sur $I = \mathbb{R}$

$h(x) = \dots = x^2 + 2x - 3$ donc $H(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 - 3x$

• $i(x) = -\frac{4}{3x^5} = -\frac{4}{3}x^{-5}$ donc $I(x) = -\frac{4}{3} \frac{x^{-5+1}}{-5+1} = \frac{x^{-4}}{3} = \frac{1}{3x^4}$

• $m(x) = \frac{4}{(1+4x)^2}$ sur $]-\infty; -\frac{1}{4}[$

m est de la forme $\frac{u'}{u^2}$ donc $M = -\frac{1}{u}$: $M(x) = \frac{-1}{1+4x}$

• $n(x) = \frac{6}{(2x+1)^2}$ sur $]-\frac{1}{2}; +\infty[$

$n(x) = 3 \times \frac{2}{(2x+1)^2}$ donc n est de la forme $3 \frac{u'}{u^2}$ donc $N = 3 \times \frac{-1}{u}$: $N(x) = 3 \times \frac{-1}{2x+1} = \frac{-3}{2x+1}$

→

- $q(x) = \frac{2}{(4-3x)^2}$ sur $\left] \frac{4}{3}; +\infty \right[$

Cela ressemble presque à $\frac{u'}{u^2}$, on souhaiterait donc avoir $\frac{-3}{(4-3x)^2}$. Faisons-le apparaître :

$$q(x) = \frac{2}{-3} \times \frac{-3}{(4-3x)^2}$$

donc $q = \frac{2}{-3} \times \frac{u'}{u^2}$ d'où $Q = \frac{2}{-3} \times \frac{-1}{u}$

donc $Q(x) = \frac{2}{-3} \times \frac{-1}{4-3x} = \frac{2}{3(4-3x)} = \frac{2}{12-9x}$

- $s(x) = \frac{4x-10}{(x^2-5x+6)^2}$ sur $]2;3[$

$$s(x) = 2 \times \frac{2x-5}{(x^2-5x+6)^2} \text{ donc } s \text{ est de la forme } 2 \frac{u'}{u^2} \text{ donc } S(x) = 2 \times \frac{-1}{x^2-5x+6} = \frac{-2}{x^2-5x+6}$$

- $z(x) = 3e^{-4x}$ sur \mathbb{R}

$$z(x) = \frac{3}{-4} \times (-4e^{-4x}) \text{ donc } z \text{ est de la forme } \frac{3}{-4} u' e^u$$

donc $Z = \frac{3}{-4} e^u$: $Z(x) = -\frac{3}{4} e^{-4x}$

- $b(x) = \frac{1}{4} e^x$ sur \mathbb{R}

$B(x) = \frac{1}{4} e^x$, autrement dit une primitive de b est b

- $e(x) = x e^{x^2}$ sur \mathbb{R}

$$e(x) = \frac{1}{2} \times (2x e^{x^2}) \text{ donc } e \text{ est de la forme } \frac{1}{2} u' e^u$$

donc $E = \frac{1}{2} e^u$: $E(x) = \frac{1}{2} e^{x^2}$

- $j(x) = e^{-2x+3}$ sur \mathbb{R}

$$j(x) = \frac{1}{-2} \times (-2e^{-2x+3}) \text{ donc } j \text{ est de la forme } \frac{1}{-2} u' e^u$$

donc $J = \frac{1}{-2} e^u$: $J(x) = -\frac{1}{2} e^{-2x+3}$

- $k(x) = x e^{-x^2}$ sur \mathbb{R}

$$k(x) = \frac{1}{-2} \times (-2x e^{-x^2}) \text{ donc } k \text{ est de la forme } \frac{1}{-2} u' e^u$$

donc $K = \frac{1}{-2} e^u$: $K(x) = -\frac{1}{2} e^{-x^2}$

- $p(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$ sur $]0; +\infty[$ donc $P(x) = x^2 - \frac{1}{x}$ ← c'est du cours