

Pré-requis : congruences

PARTIE 1

On considère un nombre A et son écriture en base 10 : $A = \overline{x_n \dots x_1 x_0}^{10}$,
que l'on notera (ici sans aucune confusion possible) : $A = \overline{x_n \dots x_1 x_0}$.

~ Critère de divisibilité par 2 ~

Démontrer qu'un nombre est divisible par 2 si, et seulement si, son chiffre des unités est pair.
Autrement dit : A est divisible par 2 $\Leftrightarrow x_0$ est pair.

~ Critère de divisibilité par 3 ~

Démontrer qu'un nombre est divisible par 3 si, et seulement si, la somme de ses chiffres est divisible par 3.
Autrement dit : A est divisible par 3 $\Leftrightarrow \sum_{k=0}^n x_k$ est divisible par 3.

~ Critères de divisibilité par 4 ~

a) Démontrer qu'un nombre est divisible par 4 si, et seulement si, ses deux derniers chiffres forment un nombre divisible par 4.

Autrement dit : A est divisible par 4 $\Leftrightarrow \overline{x_1 x_0}$ est divisible par 4.

b) Démontrer qu'un nombre est divisible par 4 si, et seulement si, la somme du double du chiffre des dizaines et du chiffre des unités est divisible par 4.

Autrement dit : A est divisible par 4 $\Leftrightarrow 2x_1 + x_0$ est divisible par 4.

~ Critère de divisibilité par 5 ~

Démontrer qu'un nombre est divisible par 5 si, et seulement si, son chiffre des unités est 0 ou 5.

~ Critère de divisibilité par 6 ~

a) En utilisant les congruences, déterminer un critère de divisibilité par 6.

b) Démontrer qu'un nombre est divisible par 6 si, et seulement si, il est pair et divisible par 3.

~ Critère de divisibilité par 9 ~

Démontrer qu'un nombre est divisible par 9 si, et seulement si, la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Autrement dit : A est divisible par 9 \Leftrightarrow

~ Critère de divisibilité par 11 ~

Démontrer qu'un nombre est divisible par 11 si, et seulement si, la somme alternée de ses chiffres est divisible par 11.

Autrement dit : A est divisible par 11 \Leftrightarrow

~ Critère de divisibilité par 25 ~

Démontrer qu'un nombre est divisible par 25 si, et seulement si, ses deux derniers chiffres forment un nombre divisible par 25.

Autrement dit : A est divisible par 25 $\Leftrightarrow \overline{x_1 x_0}$ est égal à 00, 25, 50 ou 75.

PARTIE 2

- a) Le nombre 1 640 197 897 195 est-il divisible par 2 ? 3 ? 4 ? 5 ? 6 ? 9 ? 11 ? 25 ?
- b) Le nombre 12 111 985 084 531 est-il divisible par 2 ? 3 ? 4 ? 5 ? 6 ? 9 ? 11 ? 25 ?