

# LE CALENDRIER GRÉGORIEN

## PARTIE 2 : UNE DATE, UN JOUR

Notions réinvesties : divisibilité dans  $\mathbb{Z}$  et division euclidienne  
Notions découvertes : congruences dans  $\mathbb{Z}$  et propriétés



### *Quel jour de la semaine est associé à une date donnée ?*

On rappelle que le mois de février compte 29 ou 28 jours, selon que l'année est bissextile ou non.

Une année est bissextile lorsque son millésime  $A$  est un multiple de 400 ou lorsque  $A$  est un multiple de 4 sans être un multiple de 100.  
Ainsi 1600 est bissextile, 1700 ne l'est pas, 2000 l'est...

#### **A. Cas du 14 juillet 1789**

Le 14 juillet 2016 était un jeudi.

Essayons d'en déduire à quel jour de la semaine correspond le 14 juillet 1789.

1. Entre 1789 et 2016, combien y a-t-il d'années dont le millésime est :

- a) divisible par 4 ?
- b) divisible par 100 ?
- c) divisible par 400 ?

2. En déduire le nombre  $N$  de jours écoulés entre le 14 juillet 1789 et le 14 juillet 2016.

Quel est le reste  $r$  de la division euclidienne de  $N$  par 7 ?

3. On dit que deux entiers  $a$  et  $b$  sont congrus modulo 7 lorsqu'ils ont le même reste dans la division euclidienne par 7. On écrit  $a \equiv b [7]$ .

On a donc ici :  $N \equiv r [7]$ . La connaissance de  $r$  permet de connaître le jour de la semaine.

Déterminer alors à quel jour de la semaine correspond le 14 juillet 1789.

#### **B. Intermède mathématique**

La relation de congruence décrite ci-dessous admet peut-être des propriétés bien pratiques.

Conjecturer des propriétés et les démontrer.

### C. Cas d'une date quelconque

On note (J ; M ; A) une date : J entre 1 et 31, M entre 1 et 12,  $A > 1582$ .

On souhaite déterminer le jour de la semaine de cette date. Pour cela, on souhaite « partir d'un jour de base » et compter le nombre de jours écoulés depuis ce jour jusqu'à la date (J ; M ; A).

#### \* Tentative n°1 : pour base le 01/01/1583 \*

On a vu qu'« en France, le dimanche 9 décembre 1582 eut pour lendemain le lundi 20 décembre 1582. »

Donc le 1<sup>er</sup> janvier 1583 était un samedi.

On note N le nombre de jours entre les dates (1 ; 1 ; 1583) et (J ; M ; A). Compléter le tableau suivant :

$N \equiv ? [7]$	0	1	2	3	4	5	6
Jour de la semaine							

Pour calculer le nombre d'années bissextiles écoulées entre les dates (1 ; 1 ; 1583) et (J ; M ; A), il faut compter le nombre d'années divisibles par 4, puis divisibles par 100, puis divisibles par 400.

Comment pourrions-nous compter facilement le nombre d'années divisibles par 100, noté C ?

#### \* Tentative n°2 : pour base le 01/01/0001 \*

Théoriquement, si le calendrier avait toujours été le calendrier grégorien utilisé aujourd'hui, quel jour de la semaine aurait été le 01/01/0001 ?

On note N le nombre de jours entre les dates (1 ; 1 ; 0001) et (J ; M ; A). Compléter le tableau suivant :

$N \equiv ? [7]$	0	1	2	3	4	5	6
Jour de la semaine							

1. a) On note R le nombre de jours entre les dates (1 ; 1 ; A) et (J ; M ; A).

Montrer que :  $N = E\left(\frac{A-1}{4}\right) - E\left(\frac{A-1}{100}\right) + E\left(\frac{A-1}{400}\right) + 365(A-1) + R$ ,

où  $E(x)$  désigne la partie entière de  $x$ , c'est-à-dire le plus grand entier inférieur ou égal à  $x$ .

b) Pourquoi suffit-il de calculer  $E\left(\frac{A-1}{4}\right) - E\left(\frac{A-1}{100}\right) + E\left(\frac{A-1}{400}\right) + A - 1 + R$  ?

2. Retrouver le jour de la semaine du 14 juillet 1789.

3. Déterminer le jour de la semaine de votre date de naissance ou d'une date importante de votre choix.

Quelques dates importantes :

1880 (14 juillet)	Le 14 juillet devient fête nationale
1902 (27 juin)	La journée de travail est ramenée à 10h30
1906 (10 mars)	Accident dans la mine de Courrières (1 200 victimes)
1944 (5 octobre)	Les femmes acquièrent le droit de vote
1946 (21 février)	La durée du travail est ramenée à 40 heures hebdomadaires
1979 (30 novembre)	Adoption définitive de la loi sur l'Interruption Volontaire de Grossesse (IVG)
1981 (18 septembre)	Abolition de la peine de mort
1982 (13 janvier)	Instauration de la semaine de 39 heures et de la cinquième semaine de congés payés
1985 (12 novembre)	Dernier 12 novembre où il a neigé à Toulouse (et même dernier mois de novembre)
2014 (13 novembre)	Décès d'Alexander Grothendieck