

FONCTIONS POLYNÔMES DE DEGRÉ 2 : EXERCICES

Exercice 1 : *Démonstration de cours*

Soit f une fonction polynôme de degré 2 : $f(x) = ax^2 + bx + c$.

1. Démontrer que $f(x) = a((x - \alpha)^2 + \beta)$ avec $\alpha = -\frac{b}{2a}$ et $\beta = -\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$.

2. Démontrer que pour tout réel h : $f(\alpha - h) = f(\alpha + h)$.

☞ On en déduit que la droite d'équation $x = \alpha$ est un axe de symétrie de la courbe représentative de f .

3. Soient u et v deux réels tels que $u < v$, $u < \alpha$ et $v < \alpha$.

a) Supposons $a > 0$. Démontrer que $f(u) > f(v)$.

b) Supposons $a < 0$. Démontrer que $f(u) < f(v)$.

4. Que peut-on déduire des questions précédentes ? Que vient-on de démontrer ?

Exercice 2 :

Soit g la fonction polynôme définie sur $I = [-5; 5]$ par $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - 4$.

1. Démontrer que pour tout x de I : $g(x) = \frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{9}{2}$.

2. En déduire que la fonction g admet un extremum et dresser le tableau de variations de g .

3. Tracer la courbe représentative de g .

4. Peut-on affirmer que cette courbe possède un axe de symétrie ?

Exercice 3 :

Soit h la fonction polynôme définie sur \mathbb{R} par $h(x) = 2x^2 - 8x + 9$.

Déterminer l'extremum de h et en déduire son tableau de variations.

Exercice 4 :

Soit h la fonction définie sur \mathbb{R} par $h(x) = \frac{1 - 9x^2}{900 + x}$.

A votre avis, h est-elle une fonction polynôme ?