

# LES CLÉS DE CONTRÔLE

## PARTIE 1 : NUMÉROS EAN-13 ET ISBN-13

Notion réinvestie : division euclidienne

L'informatisation de nombreux systèmes a progressivement donné une place centrale aux identifiants numériques. De nombreux numéros permettent d'identifier les personnes, les comptes bancaires, les objets manufacturés, etc. Mais il est plus facile de commettre une faute en donnant un numéro à 21 chiffres qu'en donnant son nom... Pour fiabiliser ce système, ont été inventé des clés de contrôle qui sont des chiffres supplémentaires obtenus par calcul à l'aide du numéro concerné et permettant de repérer certaines (éventuelles) erreurs.

Il existe de nombreux systèmes de codage.

Le code-barres EAN13 (European Article Numbering) est le système le plus couramment utilisé pour identifier toutes sortes de produits.



Les livres sont enregistrés au niveau international par un code ISBN (International Standard Book Number). Ce code est très utile pour la classification et le recensement des ouvrages, mais il n'est pas exploitable pour la commercialisation du livre puisque la grande distribution utilise le codage EAN-13.

Voici ce qu'on trouve au dos d'un exemplaire d'un livre Hyperbole, édition Nathan, 2006 :



Source : Hyperbole Tle S spécialité, éd. Nathan (2012)

## A. Code-barres EAN-13

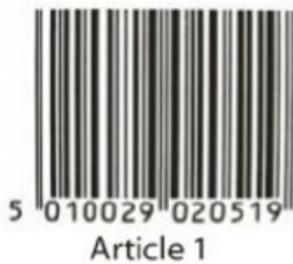
La clé de contrôle d'un code-barres EAN-13 est calculée de la manière suivante :

- on calcule  $S_i$  la somme des chiffres des rangs d'indices impairs
- on calcule  $S_p$  la somme des chiffres des rangs d'indices pairs
- la clé K est le chiffre tel que  $S_i + 3S_p + K$  (noté S) soit un multiple de 10.

### 1. Exemples

Voici quelques code-barres trouvés sur des articles.

Certains chiffres ont été cachés par une tâche rouge sur les articles 2, 3 et 4.



- Par une recherche sur Internet, donner la provenance des quatre articles ci-dessus.
- vérifier la clé de contrôle de l'article 1.
- Le chiffre de rang 7 a été caché sur le code-barres de l'article 2. Peut-on le retrouver ?
- Le chiffre de rang 8 a été caché sur le code-barres de l'article 3. Peut-on le retrouver ?
- Les chiffres de rangs 7 et 8 ont été cachés sur le code-barres de l'article 4. Peut-on les retrouver ?

Source : Hyperbole Tle S spécialité, éd. Nathan (2012)

### 2. Cas général

a) Démontrer que la clé correspondant à une séquence  $a_1 a_2 a_3 \dots a_{12}$  est unique, ce qui signifie que l'implication suivante est vraie : « si  $c$  et  $c'$  sont deux entiers satisfaisant la définition de la clé pour la séquence d'identification  $a_1 a_2 a_3 \dots a_{12}$ , alors  $c = c'$  ».

b) Peut-il correspondre plusieurs séquences  $a_1 a_2 a_3 \dots a_{12}$  d'identification à une clé  $c$  donnée ?

c) On suppose qu'on a fait une erreur sur le chiffre  $a_2$  en entrant un code-barres dans une base de données (et aucune autre erreur). Notons  $b_2$  le chiffre qui s'est substitué à  $a_2$  et donner un encadrement de  $a_2 - b_2$ .

On note  $S' = 3(b_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10} + a_{12}) + a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 + a_{11} + a_{13}$ .

Calculer et encadrer la différence  $S - S'$  et montrer que cette différence ne peut pas être un multiple de 10.

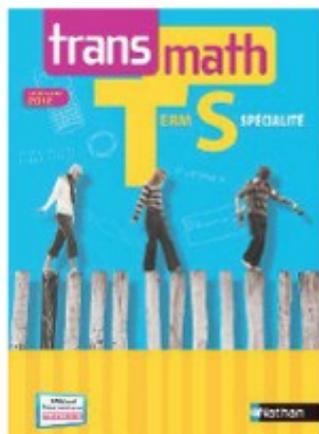
En déduire que le code obtenu ne satisfait pas les contraintes définissant un code-barres.

*La question c) permet de démontrer que la présence d'une erreur unique, sur un chiffre de rang pair, peut être détectée. On pourrait montrer de même que la présence d'une erreur unique, faite sur un chiffre de rang impair, peut être détectée.*

d) Donner un exemple montrant que lorsque deux erreurs sont commises, elles ne seront pas nécessairement détectées.

Source : Indice Tle S spécialité, éd. Bordas (2012)

## B. Code ISBN-13



Les numéros ISBN (*International Standard Book Number*) permettent d'identifier, de manière unique, chaque monographie quel qu'en soit le support : imprimé (livre, ...) ou multimédia (CD-rom, DVD-rom, ...).

Depuis le 1<sup>er</sup> janvier 2007, le numéro ISBN est composé de 13 chiffres, répartis en 5 segments.

Par exemple, le numéro ISBN de ce manuel est 978-2-09-172664-9. Les chiffres utilisés résument certaines caractéristiques de l'objet identifié.

978	2	09	172664	9
Livre	Pays francophone	Code éditeur	Numérotation interne à l'éditeur	Clé de contrôle

Comme ces numéros peuvent être assez longs, on les munit d'une clé qui permet de détecter (pas toujours) des erreurs éventuelles de saisie.

### Comment contrôler qu'un numéro ISBN est valide ou non ?

#### 1. Calcul de la clé

$c_1c_2\dots c_{13}$  est l'écriture dans le système décimal du numéro ISBN d'un livre ;  $c_1, c_2, \dots, c_{13}$  sont des entiers naturels compris entre 0 et 9.

La clé de contrôle  $c_{13}$  (dernier chiffre) est calculée en fonction des douze premiers chiffres de la façon suivante.

- On calcule d'abord la **somme pondérée** des douze premiers chiffres :

$$S = (c_1 + c_3 + c_5 + c_7 + c_9 + c_{11}) + 3(c_2 + c_4 + c_6 + c_8 + c_{10} + c_{12}).$$

Les chiffres d'indices impairs sont pondérés par 1, et ceux d'indices pairs sont pondérés par 3.

- On calcule le reste  $r$  dans la division euclidienne de  $S$  par 10 ( $0 \leq r < 10$ ).

- On obtient la clé par :  $c_{13} = \begin{cases} 10 - r & \text{si } r \neq 0 \\ 0 & \text{si } r = 0 \end{cases}$

Vérifiez le calcul de la clé du numéro ISBN de votre livre de mathématiques.

#### 2. Propriété de la somme pondérée

On note  $S'$  la somme pondérée calculée sur les 13 chiffres de l'ISBN.

- Dans un tableur, utilisez les 13 premières colonnes pour entrer plusieurs numéros ISBN valides de livres (cherchez dans votre bibliothèque ou sur Internet).
- Calculez  $S'$  dans la colonne 14. Que conjecturez-vous ?
- Démontrez votre conjecture. On distinguera les cas  $r \neq 0$  et  $r = 0$ .

#### 3. Détection d'une erreur de saisie

- Dupliquez la feuille de calculs. Dans la feuille dupliquée, modifiez pour chaque ISBN un *seul chiffre* choisi comme vous le souhaitez.

Que constatez-vous concernant  $S'$  ? Quel test sur la saisie d'un numéro ISBN pourrait permettre de détecter une erreur de saisie sur un chiffre ?

- Démontrez que ce test est valide.

On distinguera les cas pour lesquels le chiffre erroné est d'indice pair ou impair. On notera  $c'_1$  ou  $c'_2$  ce chiffre. On notera  $S'$  la somme pondérée des 13 chiffres du numéro ISBN correct et  $S''$  la somme pondérée des 13 chiffres du numéro ISBN mal saisi.

Source : Transmath Tle S spécialité, éd. Nathan (2012)