

Pré-requis : calculs de dérivées, étude de fonction

I. Un peu d'histoire	2
I.1 Les débuts	2
I.2 L'essor industriel	2
I.3 Qualités nutritionnelles et anecdotes	3
I.4 Un produit sans dangers ?	3
II. Pourquoi la boite standard 4/4 de 850 mL ?	4
Partie A : Minimiser la quantité d'acier pour maximiser le bénéfice	4
Partie B : Théorie VS pratique... il faut réduire les chutes inévitables	5

“ Nous pourrions bien nous apercevoir un jour que les aliments en conserve sont des armes bien plus meurtrières que les mitrailleuses. ”

Citation de Georges Orwell dans « 1984 » (paru en 1949)



← En France, la coupe d'Hygie est utilisée comme emblème de la pharmacie depuis 1942.

La médecine hippocratique est humble et palliative.

L'approche thérapeutique est fondée principalement sur le pouvoir guérisseur de la nature.

Selon cette doctrine, le corps contient en lui-même le pouvoir de rééquilibrer les quatre humeurs et de se guérir lui-même. La thérapeutique hippocratique se donne d'abord pour but d'aider ce processus naturel.

À cette fin, Hippocrate pensait tantôt le repos, tantôt l'exercice, d'une importance souvent capitale.

En règle générale, la médecine hippocratique est très respectueuse du patient, le traitement est doux, utilisant abondamment des traitements nutritionnels, diététiques et hygiéniques, tout en cherchant à garder le patient propre et à prévenir toute infection ou aggravation.

Hippocrate hésitait à administrer des médicaments et à s'engager dans un traitement spécifique qui pourrait s'avérer mal choisi, préférant aux médicaments les traitements diététiques, nutritionnels et hygiénistes (plein air, exercices...).

De puissants médicaments ont toutefois été utilisés en certaines occasions d'urgence.

Un des points forts de la médecine hippocratique était l'accent mis sur l'anamnèse précise (interrogation du patient) et l'examen clinique approfondi permettant le diagnostic et le pronostic.

À l'époque d'Hippocrate, les traitements médicamenteux étaient surtout basés sur la phytothérapie et, souvent, la meilleure chose que les médecins pouvaient faire était de chercher à éviter l'aggravation de la maladie et d'estimer comment elle était susceptible d'évoluer sur la base des données recueillies par l'observation détaillée de cas semblables.

Source : Wikipedia

I. Un peu d'histoire

I.1 Les débuts

L'origine de la boîte de conserve remonte à la seconde partie du XVIII^e siècle : la marine des Pays-Bas utilise alors des boîtes en fer-blanc pour la conservation dans la graisse de denrées alimentaires.

À la fin du siècle, ce pays possède une petite industrie pour la mise en boîte de saumon salé, fumé et conservé dans du beurre salé ou de l'huile.

Les tablettes de bouillon sont conservées en France avant 1804 dans des boîtes en fer-blanc soudées ; ce type de récipient est utilisé dès avant 1810 pour la conservation de sardines dans le beurre, le vinaigre ou l'huile.

L'essor de cet emballage dans le monde ne se produit cependant qu'au XIX^e siècle avec la généralisation de la pratique de l'appertisation, méthode stérilisatrice dont le nom dérive de celui de son inventeur, le français Nicolas Appert qui l'a découverte empiriquement : l'aliment est placé dans un récipient rendu étanche et celui-ci est soumis à une température égale ou supérieure à 100 °C, ce qui permet de détruire de nombreux micro-organismes qui altèrent normalement la nourriture et la rendent impropre à une consommation différée.

Comme le soulignent de nombreux auteurs du XIX^e siècle, la boîte de conserve présente beaucoup d'avantages pour ceux qui font de longs voyages en mer :

- son utilisation et sa manipulation sont aisées (particulièrement pour les boîtes métalliques moins fragiles que les bocaux en verre) ;
- l'espace de stockage de ces vivres « frais », disponibles en permanence dans la cambuse¹, est plus réduit que celui nécessité par la présence de bestiaux – ceux-ci fournissent de la viande fraîche mais exigent une immense quantité de foin et d'autres provisions pour leur nourriture, et que l'on peut d'ailleurs perdre tout à coup malgré les précautions les plus minutieuses ;
- la boîte procure une disponibilité de nourriture qui pallie les difficultés de trouver des vivres frais aux escales ; elle constitue le moyen de supprimer le scorbut qui fait alors d'effrayants ravages parmi les marins.

Les explorateurs de l'époque sont donc ravis d'emporter des boîtes de conserves fiables et la marine plus encore : la première cause de mortalité sur les bateaux de guerre du XVIII^e siècle était en effet la maladie et non les combats.

Source : Wikipedia

I.2 L'essor industriel

L'usage de la boîte métallique industrielle se généralise et se développe partout dans le monde après la Seconde Guerre mondiale, en même temps que se propage un mode de vie « à l'américaine ».

L'emballage métallique présente des avantages pour la mise en conserve : il est mécaniquement résistant ; il joue un rôle de barrière contre les UV, la lumière et l'oxygène ; enfin, il peut être recyclé.

En 2008, plus de 25 milliards de boîtes métalliques, acier et aluminium, ont été produites en Europe.

Environ cinq millions de tonnes d'acier pour emballage sont produites annuellement et 12 000 emplois sont concernés directement ou indirectement.

La boîte métallique est aussi l'un des contenants les plus efficaces pour l'industrie en termes de vitesse de remplissage sur les chaînes.

Source : Wikipedia

1 La cambuse est le local d'un navire, pris entre la cale et le faux-pont où était entreposée, dans la marine traditionnelle, une partie des vivres. C'est notamment là que les cambusiers distribuaient les vivres au quotidien à l'équipage. C'était alors un espace sombre et souvent mal ventilé.

Cambuse vient du néerlandais *kombuis* qui signifie « cuisine de navire, chaufferie ».

Par métonymie et familièrement, on appelle cambuse la cantine d'un chantier, d'une usine, etc. ou le restaurant bon marché.

I.3 Qualités nutritionnelles et anecdotes

Qui dit conserve dit... conservateurs ?

Par définition, il n'est besoin d'aucun produit conservateur dans la conserve : l'appertisation permet en effet de rester au plus proche du produit frais, ne modifiant pas sa composition en protéines, glucides et lipides. La qualité du produit mis en boîte ne dépend que de celle des denrées de base et du soin mis à la fabrication tant du contenant que du contenu.

En ce qui concerne les vitamines, celles (A et B) qui sont hydrosolubles se retrouvent partiellement dans l'eau de cuisson — raison pour laquelle il est conseillé d'intégrer l'« eau » de la boîte à la préparation culinaire. On considère que le produit appertisé conserve en moyenne 70 % des vitamines alors qu'il en garde de 83 à 53 % selon le mode de préparation ménagère. L'appertisation préserve aussi correctement les oméga-3 et mieux, dans la durée, que la congélation.

La rapidité de traitement, pour la mise en boîte, des fruits et légumes, viandes et poissons, permet à l'aliment de garder plus de qualités nutritionnelles que pour des produits vendus frais mais qui ont dû subir le délai d'entreposage et de transport nécessaires pour passer du lieu de production au lieu de vente². Par exemple, une seule journée d'entreposage fait perdre 20 % de vitamine C aux haricots verts, 30 % aux épinards et 40 % aux asperges.

Le contenu de boîtes appertisées, soumis au Nevada en 1955 à des tests de la défense civile contre la bombe atomique, s'est révélé apte à la consommation.

Il peut arriver qu'une boîte bombée, subissant une pression intérieure de 2 à 3 bars, explose.

En 1982, l'hospitalisation d'un couple belge pour soupçon de botulisme et le décès du mari ont ouvert une enquête qui a provoqué l'examen de 500 000 boîtes de saumon d'Alaska (parmi lesquelles 22 étaient défectueuses) et le rappel de plus de 50 millions de boîtes : le défaut consistait en un minuscule orifice produit par une machine de remise en forme des boîtes qui était utilisée dans toutes les conserveries de l'Alaska.

Source : Wikipedia

I.4 Un produit sans dangers ?

La consommation de conserves n'est pas si anodine puisqu'elles contiennent des substances toxiques pour le corps humain.

Le premier danger, ce sont les Bisphénols A, des substances toxiques que l'on retrouve dans certains plastiques. Ils se comportent comme des perturbateurs endocriniens et pourraient augmenter l'apparition de nombreuses maladies, dont les cancers.

Devant ce danger potentiel, les autorités sanitaires ont tout d'abord pris des mesures pour interdire leur présence dans les produits destinés aux enfants. La consommation de Bisphénols A aurait des conséquences encore plus graves chez un individu en pleine croissance.

Quel lien entre le Bisphénol A du plastique et les aliments en conserve ?

Même si les conserves semblent constituées uniquement de métal, leur intérieur est, en réalité, tapissé d'un revêtement qui contient ces substances toxiques. Or, comme les aliments peuvent mariner pendant un temps assez long dans leur boîte, les Bisphénols A ont le temps de se diffuser tranquillement... d'où, un danger potentiel à consommer des aliments en conserve.

Les autorités sanitaires ont (enfin !) décidé d'interdire le Bisphénol A dans les contenants alimentaires depuis le 1^{er} janvier 2015. Mais quel sera le remplaçant de cette substance toxique ? Deux des candidats seraient les bisphénols S et F, des substances encore plus toxiques. Alors que la loi est entrée en vigueur, et que les industriels sont censés remplacer le revêtement de leur produit, l'interrogation plane encore sur ce qui prendra sa place.

L'autre problème de beaucoup d'aliments en conserve, c'est qu'ils baignent dans de la saumure, c'est-à-dire de l'eau salée. Elle est utilisée pour augmenter le temps de conservation des aliments. Or, elle apporte, dans le même temps, une grande quantité de sodium. Même si vous la retirez, les aliments auront eu le temps de s'en imprégner.

Rappelons que l'excès de sodium peut être responsable d'une hypertension ainsi qu'une augmentation de l'acidité dans l'organisme, qui conduit elle-même à de nombreux problèmes de santé.

Source : www.sanitalife.fr

2 Je reste dubitatif... La chaleur utilisée pour mettre en conserve détruit quasiment toutes les vitamines, me semble-t-il...

II. Pourquoi la boîte standard 4/4 de 850 mL ?

Inspiré du livre *Les maths au quotidien* (éd. Ellipses) de M. Colonal & A. Roumadni
Illustrations de J. Mathieu

La plupart des boîtes de conserve sont des portions de cylindre fermées par deux disques qui sont le fond et le couvercle.

Un des problèmes qui se pose aux fabricants pour optimiser leurs coûts est de produire des boîtes de conserve de la manière la plus économique et notamment de minimiser la surface de métal utilisé pour un volume donné.

Voici les plus importants formats utilisés en France :

Dimensions en mm ($\varnothing \times h$)	Contenance en mL	Appellation
55 × 37	71	1/12
55 × 73	142	1/6
65 × 70	212	1/4 US
65 × 100	325	
73 × 54	212	1/4
73 × 109	425	1/2 haute
83 × 85	425	1/2 moyenne
99 × 60	425	1/2 basse
99 × 118	850	4/4
105 × 205	1250	3/2
153 × 180	2250	3/1
153 × 240	4250	5/1

La boîte « 4/4 », d'une contenance de 850 mL, constitue le format de référence des conserves, avec une portion qui convient pour 4 personnes.

Ce format (hauteur et rayon) sert de référence pour la fabrication d'autres boîtes de conserve ayant d'autres volumes, en conservant la hauteur et en changeant le rayon ou bien en conservant le rayon et en changeant la hauteur, ceci dans un souci de rangement.

Dans ce devoir, nous allons étudier cette boîte de référence et analyser ses dimensions.

Partie A : Minimiser la quantité d'acier pour maximiser le bénéfice

Le fabricant souhaite que l'aire de la boîte de volume 850 mL soit minimale.

On notera h la hauteur (en cm) et R le rayon (en cm) d'une telle boîte.

1. Déterminer la fonction A , qui au rayon R associe son aire (en cm^2).

2. En déduire que pour une boîte de 850 mL, la quantité d'acier est minimale pour un diamètre égal à la hauteur, d'environ 10,27 cm.

Partie B : Théorie VS pratique... il faut réduire les chutes inévitables

Lorsqu'on mesure les dimensions d'une boîte de conserve industrielle, on obtient environ :

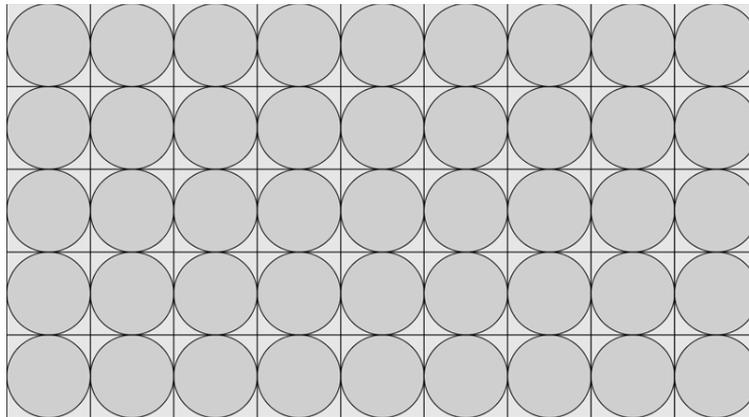
9,9 cm pour le diamètre (9,7 cm pour le fond et le couvercle) ; 11,8 cm pour la hauteur.

En réalité, la partie cylindrique de la boîte et les deux disques sont fabriqués dans des plaques métalliques faciles à usiner : il y a alors nécessairement des chutes inutilisables...

La partie cylindrique est obtenue à partir d'une plaque rectangulaire de dimensions $2\pi R$ cm et h cm, que l'on déforme. Il n'y a donc pas de perte sur cette partie si on la découpe dans une plaque de dimensions multiples de celles de cette partie cylindrique.

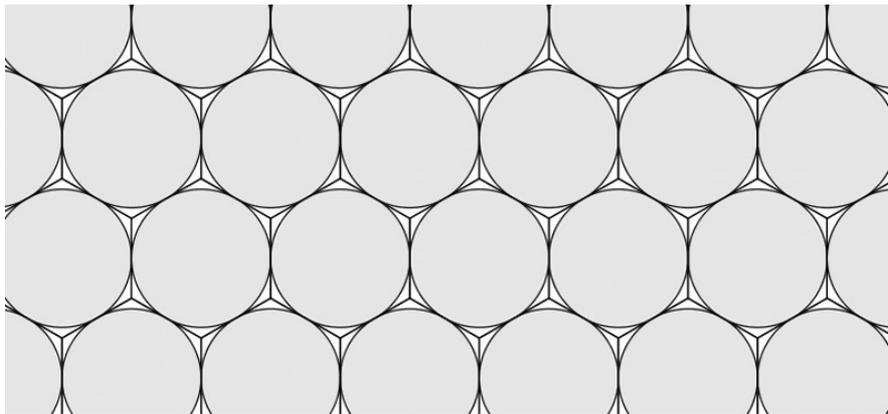
Le problème se pose donc seulement sur la fabrication des disques : comment découper les disques dans une plaque, afin d'avoir un minimum de chutes ?

Une première idée est de quadriller la plaque et de découper à l'intérieur de chaque carré un disque.

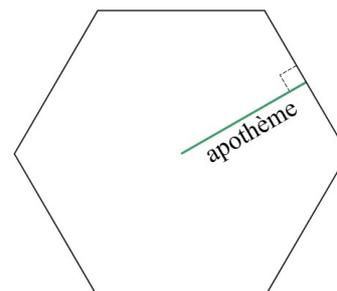


1. Calculer la perte de métal en pourcentage.

Une autre idée consiste à tracer un réseau d'hexagones réguliers d'apothème R , et à l'intérieur de chacun d'eux de découper un disque de rayon R .



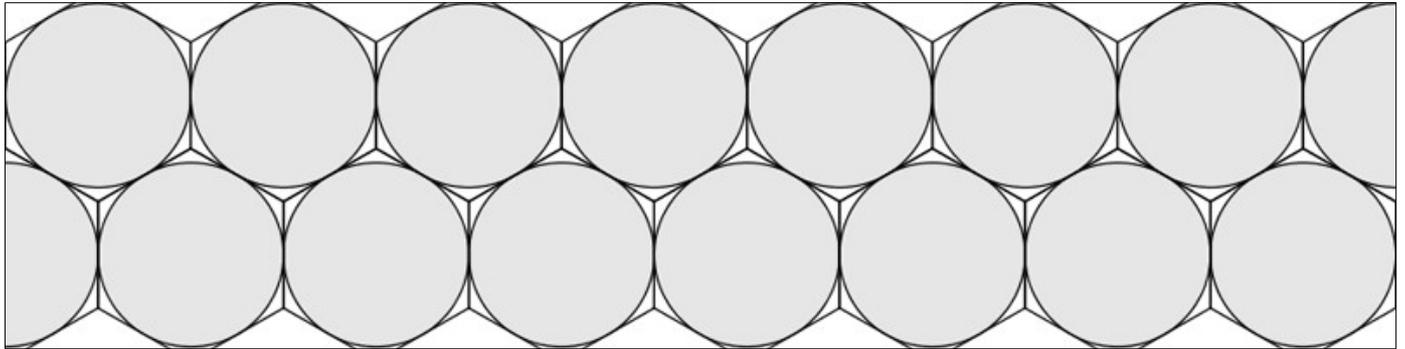
Rappel : l'aire d'un hexagone d'apothème R est $2\sqrt{3}R^2$.



2. Calculer la perte de métal en pourcentage.

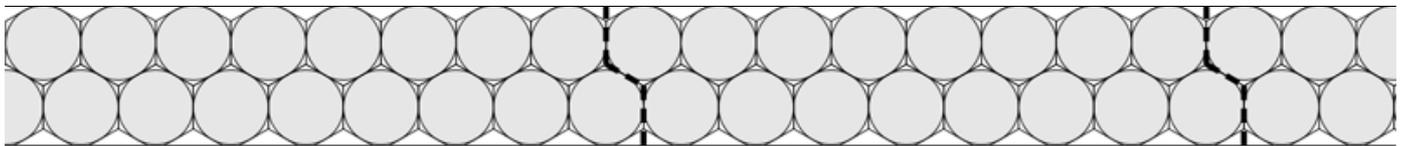
Le problème avec les solutions proposées, c'est qu'elles nécessitent une plaque métallique infinie dans les deux dimensions puisqu'on ne suppose pas avoir de perte sur les bords.

La solution adoptée par les industriels est la suivante : dans une bande métallique (en rouleau) possédant « deux lignes », on fait des plaques possédant huit disques en longueur et on découpe des disques comme dans la structure hexagonale en optimisant la largeur de la bande.



La perte est alors optimisée sur la largeur mais pas sur la longueur...

La machine va donc découper les plaques dans la bande en créneau de la manière suivante :



Pour calculer le pourcentage de perte, étant donné la longueur de la bande, on va négliger la perte due aux deux extrémités de la bande.

3. a) Démontrer que la largeur l de la plaque est : $l = (2 + \sqrt{3})R$.

b) Calculer le pourcentage de perte.

c) Calculer les dimensions de la boîte de volume 850 mL utilisant le moins de métal, en tenant compte de ces contraintes industrielles. Cela est-il conforme à la réalité ?

Remarque : pourquoi les industriels n'ont-ils pas choisi un parallélépipède rectangle comme forme de boîte de conserve, qui ne nécessiterait aucune chute de matériau ?

On peut montrer (en post-bac), en cherchant le minimum d'une fonction de deux variables, que pour une boîte parallélépipédique de volume 850 mL, la surface est minimale quand la boîte est un cube, et il faut utiliser environ 538 cm² de surface de métal pour la fabriquer, contre environ 526 cm² pour les boîtes cylindriques (avec chutes).

De plus, un couvercle circulaire est plus facile à ouvrir avec un ouvre-boîte qu'un couvercle carré.