

Note :

/ 40

**DEVOIR SURVEILLÉ de MATHÉMATIQUES**Durée : 1 heure 15 minutes. Calculatrice **NON AUTORISÉE**.**EXERCICE 1**

(env. 10 min)

≈ 4 points

Dans cet exercice, on utilisera la méthode de la différence ou du quotient (pas d'étude de fonction).

On note  $\mathcal{D}$  l'ensemble des entiers naturels supérieurs ou égaux à 4.

Étudier le sens de variation de la suite  $(u_n)$  définie sur  $\mathcal{D}$  par  $u_n = \left(\frac{-2n+1}{n-3}\right)^2$ .

**EXERCICE 2**

(env. 15 min)

≈ 8 points

On définit la suite  $(u_n)$  par  $u_0 = 0$  et, pour tout entier naturel  $n$  :  $u_{n+1} = \frac{2u_n + 3}{u_n + 4}$ .

On admet que :  $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 2 - \frac{5}{u_n + 4}$ .

Les deux questions de cet exercice sont indépendantes.

1. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel  $n$  :  $0 \leq u_n \leq 2$ .

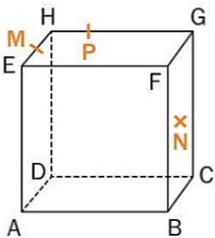
2. On considère la suite  $(v_n)$  définie par :  $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 3}$ .

Démontrer que  $(v_n)$  est géométrique et préciser sa raison.

**EXERCICE 3**

(env. 10 min)

≈ 4 points



On considère un cube ABCDEFGH.

On note M le milieu du segment [EH], N celui de [FC] et P le point tel que  $\overrightarrow{HP} = \frac{1}{4} \overrightarrow{HG}$ .

Sans utiliser aucun repère du plan ou de l'espace, démontrer que les droites (MP) et (FG) sont sécantes.

**EXERCICE 4**

(env. 10 min)

≈ 5 points

Existe-t-il des nombres réels  $x$  et  $y$  tels que les points  $A(2; 4; 0)$ ,  $B(1; y; 3)$  et  $C(x; 2; -1)$  soient alignés ?

Si oui, déterminer l'ensemble de ces couples  $(x; y)$ .

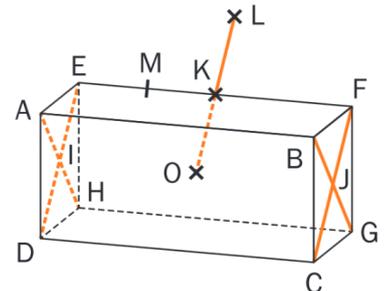
**EXERCICE 5**

(env. 10 min)

≈ 5 points

ABCDEFGH est un pavé droit de centre O. Les points I et J sont les centres respectifs des faces AEHD et BFGC. Le point K est le milieu de [EF] et M celui de [EK]. Le point L est le symétrique de O par rapport à K.

Sans utiliser de repère du plan ou de l'espace, démontrer que :  $\vec{IL} = 2\vec{IM}$ .



**EXERCICE 6**

(env. 10 min)

≈ 7 points

Soient A, B, C et D quatre points de l'espace.

On définit les points E, F et G par :  $\vec{DF} = \vec{DB} + \vec{DC}$  ;  $\vec{DE} = \vec{BA} + \vec{DA} + 2\vec{DC}$  ;  $\vec{DG} = 2\vec{AB} + \vec{DB}$ .

1. Exprimer  $\vec{DE}$  en fonction de  $\vec{AB}$ ,  $\vec{AC}$  et  $\vec{AD}$ .

2. On admet que :  $\vec{DF} = \vec{AB} + \vec{AC} - 2\vec{AD}$  et  $\vec{DG} = 3\vec{AB} - \vec{AD}$ .

En déduire que les vecteurs  $\vec{DE}$ ,  $\vec{DF}$  et  $\vec{DG}$  sont coplanaires.

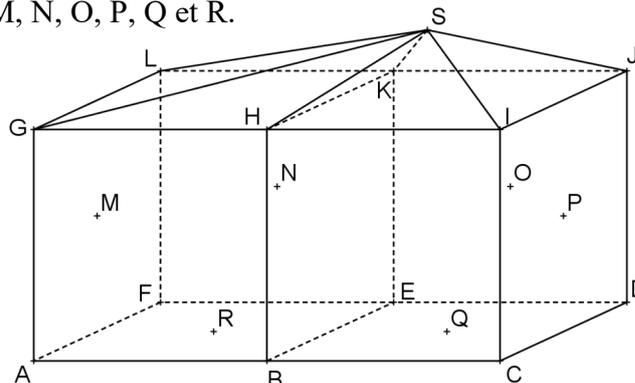
**EXERCICE 7**

(env. 10 min)

≈ 7 points

La figure ci-dessous est composée de deux cubes et deux pyramides de sommets S.

On a dessiné les centres de certaines faces : les points M, N, O, P, Q et R.



1. Compléter le tableau ci-dessous, en indiquant l'ensemble d'intersection.

Une réponse fautive n'enlève pas de point.

/ 3

intersection ↗	$\emptyset$	un point	une droite	un plan
(LJ) et (SG)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(FN) et (GK)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(EO) et (PD)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(JOP) et (DCI)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(CJM) et (GHK)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(KOF) et (NDJ)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. Pour chaque proposition, dire si elle vous semble vraie ou fautive, en cochant une des cases.

Une réponse juste rapporte 0,5 point ; une réponse fautive enlève 0,25 point ; l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à cette question est ramenée à 0.

/ 4

(GS) et (LK) sont sécantes	<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
(AB) et (IJ) sont parallèles	<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
(IHE) et (MFA) sont sécants	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> V
A, K, M et P sont coplanaires	<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
(LGS) et (IJS) sont sécants en S	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> V
(MR) et (CE) sont coplanaires	<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
(AR) et (QC) sont coplanaires	<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
(DK) et (LF) sont sécantes	<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F