

PARTIE 1

On considère un nombre  $A$  et son écriture en base 10 :  $A = \overline{x_n \dots x_1 x_0}^{10}$ ,  
que l'on notera (ici sans aucune confusion possible) :  $A = \overline{x_n \dots x_1 x_0}$ .

~ Critère de divisibilité par 2 ~

Démontrer qu'un nombre est divisible par 2 si, et seulement si, son chiffre des unités est pair.  
Autrement dit :  $A$  est divisible par 2  $\Leftrightarrow x_0$  est pair.

~ Critère de divisibilité par 3 ~

Démontrer qu'un nombre est divisible par 3 si, et seulement si, la somme de ses chiffres est divisible par 3.  
Autrement dit :  $A$  est divisible par 3  $\Leftrightarrow \sum_{k=0}^n x_k$  est divisible par 3.

~ Critères de divisibilité par 4 ~

**a)** Démontrer qu'un nombre est divisible par 4 si, et seulement si, ses deux derniers chiffres forment un nombre divisible par 4.

Autrement dit :  $A$  est divisible par 4  $\Leftrightarrow \overline{x_1 x_0}$  est divisible par 4.

**b)** Démontrer qu'un nombre est divisible par 4 si, et seulement si, la somme du double du chiffre des dizaines et du chiffre des unités est divisible par 4.

Autrement dit :  $A$  est divisible par 4  $\Leftrightarrow 2x_1 + x_0$  est divisible par 4.

~ Critère de divisibilité par 5 ~

Démontrer qu'un nombre est divisible par 5 si, et seulement si, son chiffre des unités est 0 ou 5.

~ Critère de divisibilité par 6 ~

**a)** En utilisant les congruences, déterminer un critère de divisibilité par 6.

**b)** Démontrer qu'un nombre est divisible par 6 si, et seulement si, il est pair et divisible par 3.

~ Critère de divisibilité par 9 ~

Démontrer qu'un nombre est divisible par 9 si, et seulement si, la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Autrement dit :  $A$  est divisible par 9  $\Leftrightarrow$  .....

~ Critère de divisibilité par 11 ~

Démontrer qu'un nombre est divisible par 11 si, et seulement si, la somme alternée de ses chiffres est divisible par 11.

Autrement dit :  $A$  est divisible par 11  $\Leftrightarrow$  .....

~ Critère de divisibilité par 25 ~

Démontrer qu'un nombre est divisible par 25 si, et seulement si, ses deux derniers chiffres forment un nombre divisible par 25.

Autrement dit :  $A$  est divisible par 25  $\Leftrightarrow \overline{x_1 x_0}$  est égal à 00, 25, 50 ou 75.

## PARTIE 2

- a) Le nombre 1 640 197 897 195 est-il divisible par 2 ? 3 ? 4 ? 5 ? 6 ? 9 ? 11 ? 25 ?
- b) Le nombre 12 111 985 084 531 est-il divisible par 2 ? 3 ? 4 ? 5 ? 6 ? 9 ? 11 ? 25 ?