

Exercice 64 page 93 : déterminer le reste de la division euclidienne de 2012^{2012} par 11.

Corrigé :

- $2012 = 11 \times 182 + 10$ donc $2012 \equiv 10 [11]$
d'où $2012^2 \equiv 10^2 [11]$
 $\equiv 1 [11]$ car $10^2 = 100 = 11 \times 9 + 1$.
- $2012^{2012} = (2012^2)^{1006}$
- Donc $2012^{2012} \equiv 1^{1006} [11]$ ie $2012^{2012} \equiv 1 [11]$.

Le reste de la division euclidienne de 2012^{2012} par 11 est 1.

Exercice : déterminer le reste de la division euclidienne de 2 690 549 588 157 par 97.

Corrigé : on note A l'entier 2 690 549 588 157.

- $A = 2 \times 10^{12} + 690 \times 10^9 + 549 \times 10^6 + 588 \times 10^3 + 157$
- $690 = 97 \times 7 + 11 \Rightarrow 690 \equiv 11 [97]$
 $549 = 97 \times 5 + 64 \Rightarrow 549 \equiv 64 [97]$
 $588 = 97 \times 6 + 6 \Rightarrow 588 \equiv 6 [97]$
 $157 = 97 \times 1 + 60 \Rightarrow 157 \equiv 60 [97]$
- $10^3 \equiv 30 [97]$ car $1000 = 97 \times 10 + 30$
 $10^6 = 10^3 \times 1000 \equiv 30 \times 1000 [97] \equiv 27 [97]$ car $30000 = 97 \times 309 + 27$
 $10^9 = 10^6 \times 1000 \equiv 27 \times 1000 [97] \equiv 34 [97]$ car $27000 = 97 \times 278 + 34$
 $10^{12} = 10^9 \times 1000 \equiv 34 \times 1000 [97] \equiv 50 [97]$ car $34000 = 97 \times 350 + 50$
- Donc : $A \equiv 2 \times 50 + 11 \times 34 + 64 \times 27 + 6 \times 30 + 60 [97]$
 $A \equiv 2442 [97]$
 $A \equiv 17 [97]$ car $2442 = 97 \times 25 + 17$

Le reste de la division euclidienne de 2 690 549 588 157 par 97 est 17.

Exercice : démontrer que $9^{1234567}$ et $9^{7654321}$ ont le même chiffre des unités.

Corrigé : par définition, le chiffre des unités d'un nombre A est le nombre c tel que $A \equiv c [10]$.

- $9^2 \equiv 1 [10]$ car $9^2 = 81 = 10 \times 8 + 1$
- $1234567 = 2 \times 617283 + 1$ donc $9^{1234567} = (9^2)^{617283} \times 9 \equiv 1^{617283} \times 9 [10] \equiv 9 [10]$.
- $7654321 = 2 \times 3827160 + 1$ donc $9^{7654321} = (9^2)^{3827160} \times 9 \equiv 1^{3827160} \times 9 [10] \equiv 9 [10]$.
- Donc $9^{1234567}$ et $9^{7654321}$ ont le même chiffre des unités.